

圆管环向外表面裂纹应力强度因子的二维权函数

袁奎霖¹, 董坤², 李琳月²

(1. 大连海事大学, 船舶与海洋工程学院, 大连, 116026; 2. 大连理工大学, 船舶工程学院, 大连, 116024)

摘要: 环向外表面裂纹是海底管道与立管中常见的缺陷形式之一. 为了准确高效地计算应力强度因子 (stress intensity factors, SIFs), 提出了一种适用于任意复杂应力场中圆管环向外表面裂纹的二维权函数. 通过三维有限元方法计算得到均布应力载荷下圆管厚径比 T/R_i 为 0.02 ~ 0.2, 裂纹形状比 a/c 为 0.2 ~ 1.0, 裂纹深度比 a/T 为 0.1 ~ 0.8 的圆管环向外表面裂纹的 SIFs 参考解, 求得表面裂纹最深点和表面点的二维权函数. 通过计算高阶应力载荷下的 SIFs, 将权函数法结果与有限元法结果进行对比以验证权函数的准确性, 两者最大相对误差为 9.5%. 此外, 计算了环焊缝焊接残余应力作用下环向外表面裂纹的 SIFs, 权函数结果与有限元结果的相对误差小于 5%. 结果表明, 文中所提出的二维权函数可为含有环向外表面裂纹缺陷的海底管道与立管的疲劳寿命预测奠定基础.

创新点: (1) 建立了圆管环向外表面裂纹的二维权函数.

(2) 该权函数可计算任意载荷作用下圆管环向外表面裂纹 SIFs.

关键词: 圆管; 环向外表面裂纹; 二维权函数; 应力强度因子

中图分类号: TG 405 **文献标识码:** A **doi:** 10.12073/j.hjxb.20231208001

Two-dimensional weight function of stress intensity factors for external circumferential surface cracks in cylinders

YUAN Kuilin¹, DONG Kun², LI Linyue²

(1. Naval Architecture and Ocean Engineering College, Dalian Maritime University, Dalian, 116026, China; 2. School of Naval Architecture & Ocean Engineering, Dalian University of Technology, Dalian, 116024, China)

Abstract: External circumferential surface crack was one of the common defects in submarine pipes and risers. For the sake of accurate and efficient calculation of stress intensity factors (SIFs), a two-dimensional weight function for external circumferential surface cracks in cylinders under arbitrary complex stress fields was proposed. Three-dimensional finite element analysis was utilized to calculate the SIFs for external circumferential surface cracks in cylinders under uniform stress loading, covering the thickness-to-radius ratio T/R_i of 0.02 ~ 0.2, crack shape ratio a/c of 0.2 ~ 1.0, and crack depth ratio a/T of 0.1 ~ 0.8. The two-dimensional weight functions for the deepest and surface points of surface cracks were derived. The results of the weight function method and the finite element method were compared to verify the accuracy of the weight function by calculating the SIF under high-order stress loads. The maximum relative error of the two methods was 9.5%. Moreover, the SIFs of external circumferential surface cracks under girth-welded residual stress was calculated. The relative error between the weight function and the finite element results was less than 5%. The results showed that the developed two-dimensional weight function can provide a foundation for the fatigue life prediction of submarine pipes and risers with external circumferential surface cracks.

Highlights: (1) A two-dimensional weight function for external circumferential surface cracks in cylinders was proposed.

(2) The weight function could be used to calculate the SIFs for external circumferential surface cracks in cylinders under arbitrary loads.

Key words: cylinder; external circumferential surface crack; two-dimensional weight function; stress intensity factor

0 序言

海底管道和立管是深海油气开发装备中的关键构件。管体长期处于恶劣的海洋环境中,在内部压力、波浪、海流和浮体运动等因素引起的交变载荷作用下,管体环焊缝附近容易出现疲劳裂纹。圆管环向外表面裂纹是海底管道和立管最常见的裂纹形式之一,表面裂纹逐步扩展,可能会导致管体断裂,甚至会造成灾难性事故^[1]。因此,圆管环向外表面裂纹 SIFs 是含裂纹圆管构件疲劳寿命预测与断裂评估的重要指标,裂纹尖端 SIFs 的准确计算,对海底管道和立管的服役安全性保障具有重要的工程应用价值。

对于含表面裂纹的圆管构件,采用有限元方法能够求解不同形状裂纹的 SIFs^[2-3]。LI 等人^[2]通过三维有限元方法分析了远端拉伸和弯矩载荷作用下圆管环向外表面裂纹的 SIFs,并以此提出了经验公式。WANG 等人^[3]采用 J 积分法计算了 6 种不同载荷条件下圆管环向外表面裂纹和内表面裂纹的 SIFs。有限元方法通常对每一个裂纹尺寸和载荷条件都需要单独创建模型,建模过程复杂,计算成本高。此外,海底管道和立管环焊缝由于受应力集中和焊接残余应力的影响,焊趾附近存在复杂的高阶应力分布,导致现有的 SIFs 经验公式往往存在不适用的问题^[4]。

权函数法是求解受载裂纹体 SIFs 的一种高效、可靠的手段^[5]。权函数只与裂纹体的几何参数有关,而与裂纹体所受载荷无关。裂纹体的权函数确定后,可用来求解任意载荷作用下的 SIFs,所需计算仅是权函数和裂纹面应力分布乘积的积分。针对圆管表面裂纹学者提出了不同形式的权函数。况正等人^[6]提出了用于计算圆管轴向外表面裂纹最深点和表面点 SIFs 的一维权函数。龚宝明等人^[7]采用有限元方法计算了圆管环向外表面裂纹最深点在不同应力分布载荷下的 SIFs,并且推导了表面裂纹最深点的一维权函数。然而,上述研究未曾涉及圆管环向外表面裂纹表面点的 SIFs 计算和权函数的推导,限制了权函数法在管道环向外表面裂纹扩展预报中的应用。此外,一维权函数仅适用于应力分布沿着圆管壁厚单向变化的情况,对于管道环焊缝附近存在明显的双向变化应力场则不再适用。针对双向应力场中的平面裂纹问题,WANG 等

人^[8]提出了一种通用二维权函数,并将其应用到无限体和半无限体中椭圆形埋藏裂纹 SIFs 的求解过程中。在此基础上,YUAN 等人^[9]和 GU 等人^[10]先后提出了适用于不同形状范围的有限平板半椭圆表面裂纹二维权函数。然而,目前公开的关于圆管环向外表面裂纹的二维权函数的研究结果较少。

文中采用有限元方法计算不同圆管厚径比、裂纹形状比和裂纹深度比的圆管环向外表面裂纹的 SIFs,作为参考解,推导表面裂纹最深点和表面点的二维权函数。通过在裂纹面分别施加高阶应力分布载荷和环焊缝残余应力进行计算,与有限元结果进行对比,验证文中提出的二维权函数的有效性。

1 二维权函数基本理论

任意形状的平面裂纹,如图 1 所示。裂纹前缘任意一点 $P'(x', y')$ 的 SIFs K ,可通过对该裂纹体的二维权函数 $m(x, y; P')$ 和无裂纹体,在假想裂纹面位置的应力分布 $\sigma(x, y)$ 的乘积沿裂纹面面积 S 的积分得到,即

$$K(P') = \iint \sigma(x, y) \cdot m(x, y; P') dS \quad (1)$$

式中: $\sigma(x, y)$ 为无裂纹体在假想裂纹面位置的应力; $m(x, y; P')$ 为 $P(x, y)$ 点处的单位点载荷在 P' 点处诱导的 SIFs。

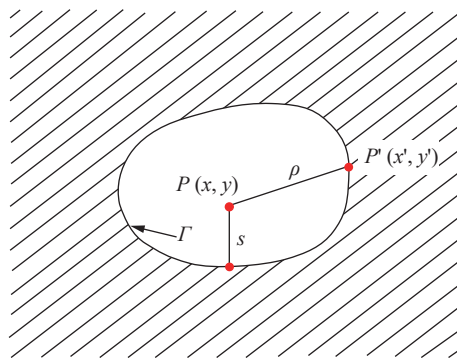


图 1 一般平面裂纹示意图

Fig. 1 Illustration for a general planar crack

平面裂纹二维权函数与加载点 $P(x, y)$ 到裂纹前缘的最短距离 s 以及 P 点到 P' 点的距离 ρ 有关,即

$$m(x, y; P') = \frac{\sqrt{2s}}{\pi^{3/2}\rho^2} w(x, y; P') \quad (2)$$

式中: $w(x, y; P')$ 为反映裂纹体几何形状和边界条件的影响的几何函数。

不同表面裂纹权函数参数示意图,如图 2 所

示.针对图 2(a)中的无限体中椭圆形埋藏裂纹, WANG 等人^[8]提出了通用二维权函数,即

$$m(x, y; P') = \frac{\sqrt{2s}}{\pi^{3/2}\rho^2} \left[1 + M\left(\theta, \frac{a}{c}\right) \left(1 - \frac{r(\varphi)}{R(\varphi)}\right) \right] \quad (3)$$

式中: θ 为 P' 点在裂纹前缘位置的极坐标角度; a 椭圆形裂纹沿局部坐标 y 的半轴长; c 为椭圆形裂纹沿局部坐标 x 方向的半轴长; φ 为加载点 P 的极坐标角度; r 为加载点 P 的极坐标半径; R 为 O 点与 Q 点之间距离; M 为权函数系数.

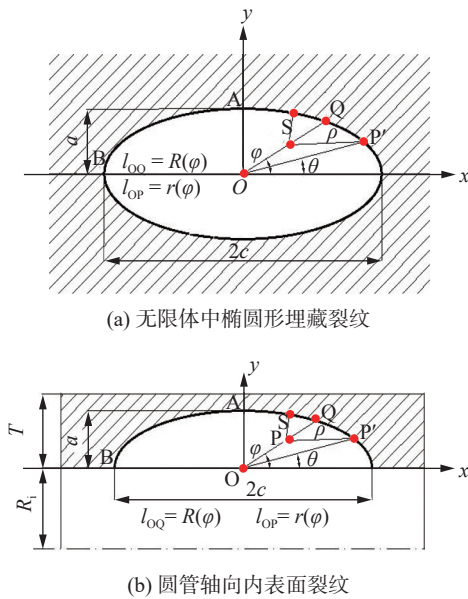


图 2 不同表面裂纹权函数参数示意图
Fig. 2 Illustration of different surface cracks and parameters of weight functions. (a) embedded elliptical crack; (b) inner axial surface crack in a cylinder

对于图 2(b) 中圆管壁厚比 $T/R_i = 0.25$ 的圆管轴向内表面裂纹, GOOGARCHIN 等人^[11]提出考虑了裂纹深度比 a/T 的影响的二维权函数,即

$$m(x, y; P') = \frac{\sqrt{2s}}{\pi^{3/2}\rho^2} \left[1 + M\left(\theta, \frac{a}{c}, \frac{a}{T}\right) \left(1 - \frac{r(\varphi)}{R(\varphi)}\right) \right] \quad (4)$$

式中: T 为圆管壁厚; R_i 为内壁半径.

对比式 (3) 和式 (4) 可知, 不同形状裂纹体二维权函数的推导, 本质上是权函数系数 M 的求解, 而权函数系数 M 是裂纹前缘上 P' 点位置与裂纹体形状参数的函数. 圆管环向外表面裂纹权函数参数, 如图 3 所示. 对于圆管环向外表面裂纹, 考虑圆管壁厚比 T/R_i 影响, 文中提出的二维权函数为

$$m(x, y; P') = \frac{\sqrt{2s}}{\pi^{3/2}\rho^2} \left[1 + M\left(\frac{\xi}{h}, \frac{a}{c}, \frac{a}{T}, \frac{T}{R_i}\right) \left(1 - \frac{r(\varphi)}{R(\varphi)}\right) \right] \quad (5)$$

式中: ξ/h 为 P' 点在裂纹前缘的归一化坐标; a/c 为

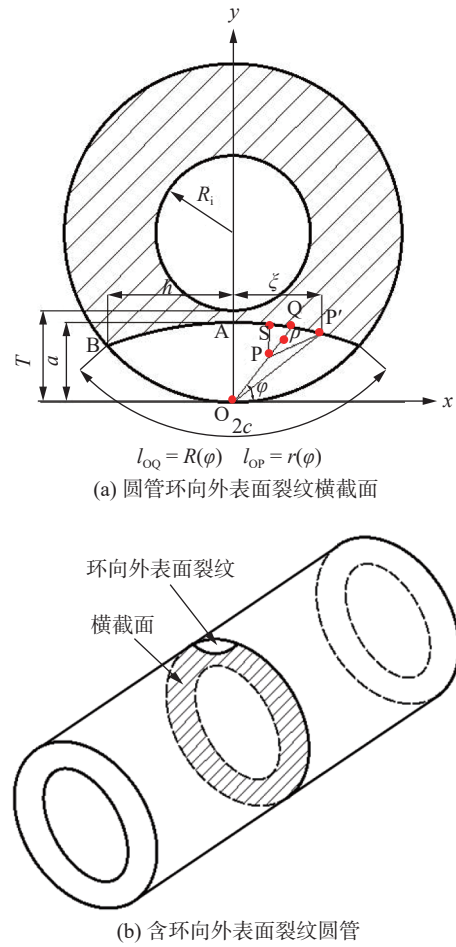


图 3 圆管环向外表面裂纹权函数参数

Fig. 3 Illustration of weight function parameters for an external circumferential surface crack in a cylinder. (a) cross-section view; (b) external circumferential surface cracked cylinder

裂纹形状比; a/T 为裂纹深度比; T/R_i 为圆管壁厚比.

P' 点的归一化坐标 ξ/h 在 0.0(最深点 A) 到 1.0(表面点 B) 之间变化. 求解未知权函数系数 M 时, 需要已知的载荷下的 SIFs 作为参考解, 可通过自行创建含裂纹圆管有限元模型计算得到.

2 计算结果与分析

2.1 圆管环向外表面裂纹有限元分析

采用有限元软件 ANSYS 创建了圆管环向外表面裂纹有限元模型, 如图 4 所示. 裂纹形状比 $a/c = 0.2, 0.4, 0.6, 0.8$ 和 1.0 、裂纹深度比 $a/T = 0.1, 0.2, 0.4, 0.6$ 和 0.8 和圆管壁厚比 $T/R_i = 0.02, 0.05, 0.1$ 和 0.2 . 含环向外表面裂纹的圆管三维有限元模型共 100 个. 采用对称边界条件创建了 1/4 裂纹体模型, 裂纹面上的应力分布载荷通过面

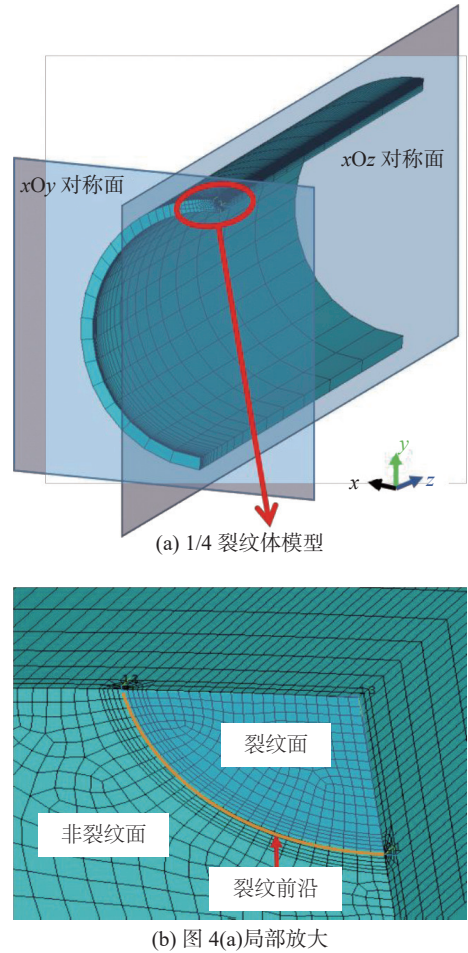


图 4 圆管环向外表面裂纹有限元模型

Fig. 4 Finite element model for an external circumferential surface crack in a cylinder. (a) 1/4 symmetric model; (b) local enlargement of Fig.4(a)

压力的形式进行加载. 材料模型设定为线弹性体, 杨氏模量为 206 GPa, 泊松比为 0.3. 有限元模型采用 SOLID186 高阶体单元进行网格划分, 裂纹前缘采用 1/4 节点奇异单元进行细化处理. 采用位移外插法计算各模型裂纹最深点 A ($\xi/h = 0.0$) 和表面点 B ($\xi/h = 1.0$) 处的 SIFs. 通过裂纹前缘最小网格尺寸的收敛性验证, 确定了当最小网格尺寸为 $1/50a$ 时, SIFs 计算结果可达到收敛.

为了验证有限元模型计算结果的准确性, 采用 SHOHEIB 等人^[12] 的 SIFs 结果作为参照, 在裂纹面施加均布应力载荷, 求得的 SIFs K 作无量纲化处理, 边界修正因子为

$$F = \frac{K}{\sigma_0 \sqrt{\frac{\pi a}{Q}}} \tag{6}$$

式中: σ_0 为名义应力; Q 为第二类椭圆积分近似解.

圆管厚径比为 0.1 的边界修正因子有限元结果, 如表 1 所示. 圆管厚径比为 0.2 的边界修正因子有限元结果, 如表 2 所示. 所有最深点 A 和表面点 B 处的计算结果, 相对误差均在 7% 以内, 表明圆管环向外表面裂纹的有限元建模方法是可行的. 与参考文献 [12] 相比, 文中扩大了裂纹形状比 a/c 、裂纹深度比 a/T 和圆管厚径比 T/R_i 的形状适用范围, 认为所创建的表面裂纹模型具有与已验证结果同等的计算精度, 为文中二维权函数的求解和验证提供参考解.

表 1 厚径比为 0.1 的边界修正因子有限元结果

Table 1 Boundary correction factors calculated by finite element models for $T/R_i = 0.1$

裂纹形状比 a/c	裂纹深度比 a/T	最深点 A ($\xi/h = 0.0$)			表面点 B ($\xi/h = 1.0$)		
		边界修正因子 有限元结果 F_{FEM}	边界修正因子 参考解 F_{ref}	误差 $\delta(\%)$	边界修正因子 有限元结果 F_{FEM}	边界修正因子 参考解 F_{ref}	误差 $\delta(\%)$
0.5	0.2	1.092	1.094	-0.18	0.866	0.876	-1.14
0.5	0.4	1.166	1.173	-0.60	0.947	0.965	-1.87
0.5	0.6	1.258	1.273	-1.18	1.081	1.120	-3.48
0.5	0.8	1.315	1.342	-2.01	1.248	1.309	-4.66
1.0	0.2	1.044	1.039	0.48	1.104	1.174	-5.96
1.0	0.4	1.069	1.061	0.75	1.158	1.229	-5.78
1.0	0.6	1.095	1.083	1.11	1.233	1.320	-6.59
1.0	0.8	1.112	1.091	1.92	1.323	1.432	-4.12

参考文献[12]

参考文献[12]

表 2 厚径比为 0.2 的边界修正因子有限元结果
Table 2 Boundary correction factors calculated by finite element models for $T/R_i=0.2$

裂纹形状比 a/c	裂纹深度比 a/T	最深点 A ($\xi/h=0.0$)			表面点 B ($\xi/h=1.0$)		
		边界修正因子 有限元结果	边界修正因子 参考解	误差 $\delta(\%)$	边界修正因子 有限元结果	边界修正因子 参考解	误差 $\delta(\%)$
		F_{FEM}	F_{ref}		F_{FEM}	F_{ref}	
0.5	0.2	1.091	1.096	-0.46	0.866	0.877	-1.25
0.5	0.4	1.162	1.177	-1.27	0.941	0.962	-2.18
0.5	0.6	1.253	1.284	-2.41	1.065	1.108	-3.88
0.5	0.8	1.324	1.372	-3.50	1.226	1.282	-4.37
1.0	0.2	1.044	1.038	0.58	1.128	1.174	-3.92
1.0	0.4	1.070	1.056	1.33	1.163	1.226	-5.14
1.0	0.6	1.099	1.077	2.04	1.241	1.314	-5.56
1.0	0.8	1.120	1.083	3.42	1.342	1.421	-5.56
参考文献[12]					参考文献[12]		

2.2 权函数系数的求解

以均布应力 $\sigma(x,y)=\sigma_0$ 条件下最深点 A 和表面点 B 的 SIFs 有限元结果作为参考解 K_{ref} , 将所提出的二维权函数表达式 (5) 带入式 (1) 可得

$$\begin{cases} M\left(\frac{\xi}{h}, \frac{a}{c}, \frac{a}{T}, \frac{T}{R_i}\right) = \frac{K_{ref}(P') - I_1}{I_2} \\ I_1 = \iint \sigma_0 \frac{\sqrt{2s}}{\pi^{3/2}\rho^2} dS \\ I_2 = \iint \sigma_0 \frac{\sqrt{2s}}{\pi^{3/2}\rho^2} \left(1 - \frac{r(\varphi)}{R(\varphi)}\right) dS \end{cases} \quad (7)$$

为了求解不同裂纹形状对应的权函数系数 M , 采用 Matlab 软件编写了裂纹面区域网格划分与数值积分程序. 数值积分网格, 如图 5 所示. 对裂纹面区域采用四边形网格进行分割, 采用 Gauss-Legendre 方法对式 (7) 中的 I_1 和 I_2 进行数值积分.

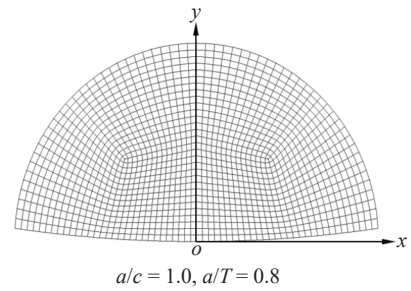


图 5 数值积分网格

Fig. 5 Mesh used for numerical integration

对裂纹形状比 a/c 为 0.2~1.0, 裂纹深度比 a/T 为 0.1~0.8, 圆管厚径比 T/R_i 为 0.02~0.20 的环向外表面裂纹最深点 A ($\xi/h=0.0$) 和表面点 B ($\xi/h=1.0$) 对应的权函数系数 M 进行了求解.

系数 M 的计算数据进行了多项式拟合, 拟合优度 R^2 均大于 0.99, 得到参数化公式为

$$\begin{cases} M\left(\frac{\xi}{h}=0.0, \frac{a}{c}, \frac{a}{T}, \frac{T}{R_i}\right) = A_1\left(\frac{a}{T}\right)^4 + A_2\left(\frac{a}{T}\right)^3 + A_3\left(\frac{a}{T}\right)^2 + A_4\left(\frac{a}{T}\right) + A_5 \\ A_i = B_{i1}\left(\frac{a}{c}\right)^4 + B_{i2}\left(\frac{a}{c}\right)^3 + B_{i3}\left(\frac{a}{c}\right)^2 + B_{i4}\left(\frac{a}{c}\right) + B_{i5}, \quad i=1,2,3,4,5 \\ B_{ij} = C_{ij1}\left(\frac{T}{R_i}\right)^3 + C_{ij2}\left(\frac{T}{R_i}\right)^2 + C_{ij3}\left(\frac{T}{R_i}\right) + C_{ij4}, \quad i=1,2,3,4,5 \quad j=1,2,3,4,5 \end{cases} \quad (8)$$

$$\begin{cases} M\left(\frac{\xi}{h}=1.0, \frac{a}{c}, \frac{a}{T}, \frac{T}{R_i}\right) = D_1\left(\frac{a}{T}\right)^4 + D_2\left(\frac{a}{T}\right)^3 + D_3\left(\frac{a}{T}\right)^2 + D_4\left(\frac{a}{T}\right) + D_5 \\ D_i = E_{i1}\left(\frac{a}{c}\right)^4 + E_{i2}\left(\frac{a}{c}\right)^3 + E_{i3}\left(\frac{a}{c}\right)^2 + E_{i4}\left(\frac{a}{c}\right) + E_{i5}, \quad i=1,2,3,4,5 \\ E_{ij} = F_{ij1}\left(\frac{T}{R_i}\right)^3 + F_{ij2}\left(\frac{T}{R_i}\right)^2 + F_{ij3}\left(\frac{T}{R_i}\right) + F_{ij4}, \quad i=1,2,3,4,5 \quad j=1,2,3,4,5 \end{cases} \quad (9)$$

式 (8) 中, 矩阵分别为

$$C_{1ij} = \begin{bmatrix} -288\ 742.77 & 101\ 756.36 & 11\ 582.97 & 267.31 \\ 899\ 820.53 & -321\ 381.05 & 35\ 772.05 & -864.77 \\ -935\ 355.06 & 338\ 958.23 & -37\ 374.60 & 932.75 \\ 377\ 773.99 & -138\ 725.44 & 15\ 225.90 & -378.49 \\ -38\ 476.36 & 14\ 688.55 & -1\ 663.16 & 34.33 \end{bmatrix}, j = 1, 2, 3, 4, 5; k = 1, 2, 3, 4 \quad (10)$$

$$C_{2ij} = \begin{bmatrix} 972\ 212.89 & -333\ 959.93 & 34\ 003.81 & -769.37 \\ -2740\ 928.76 & 952\ 110.08 & -96\ 879.15 & 2\ 223.86 \\ 2658\ 015.42 & -934\ 563.44 & 95\ 420.40 & -2\ 224.86 \\ -1022\ 981.35 & 363\ 795.56 & -37\ 351.57 & 881.58 \\ 106\ 724.12 & -38\ 995.71 & 4\ 143.45 & -97.45 \end{bmatrix}, j = 1, 2, 3, 4, 5; k = 1, 2, 3, 4 \quad (11)$$

$$C_{3ij} = \begin{bmatrix} -959\ 624.37 & 324\ 685.80 & -31\ 227.59 & 721.19 \\ 2545\ 366.75 & -870\ 996.13 & 84\ 431.54 & -1\ 949.23 \\ -2348\ 529.09 & 813\ 554.02 & -79\ 647.06 & 1\ 853.79 \\ 871\ 767.02 & -305\ 483.89 & 30\ 233.64 & -724.78 \\ -92\ 106.83 & 33\ 006.11 & -3\ 379.32 & 91.28 \end{bmatrix}, j = 1, 2, 3, 4, 5; k = 1, 2, 3, 4 \quad (12)$$

$$C_{4ij} = \begin{bmatrix} 328\ 754.28 & -108\ 161.76 & 9\ 780.25 & -215.56 \\ -835\ 500.81 & 278\ 720.65 & -25\ 579.18 & 555.59 \\ 742\ 858.22 & -251\ 560.89 & 23\ 451.68 & -502.77 \\ -268\ 838.79 & 92\ 277.29 & -8\ 720.95 & 185.93 \\ 28\ 353.41 & -9\ 917.41 & 961.38 & -20.73 \end{bmatrix}, j = 1, 2, 3, 4, 5; k = 1, 2, 3, 4 \quad (13)$$

$$C_{5ij} = \begin{bmatrix} -28\ 556.77 & 8\ 976.93 & -737.25 & 14.27 \\ 70\ 773.11 & -22\ 724.91 & 1\ 923.77 & -36.08 \\ -62\ 072.20 & 20\ 405.89 & -1\ 782.95 & 32.33 \\ 2\ 665.38 & -7\ 608.15 & 682.19 & -12.51 \\ -2\ 414.46 & 826.12 & -75.70 & 2.39 \end{bmatrix}, j = 1, 2, 3, 4, 5; k = 1, 2, 3, 4 \quad (14)$$

式 (9) 中, 矩阵分别为

$$F_{1ij} = \begin{bmatrix} -2\ 128\ 682.35 & 1\ 117\ 130.84 & -80\ 994.46 & -17.23 \\ 4\ 598\ 379.63 & -2\ 622\ 857.97 & 193\ 752.31 & 1\ 372.65 \\ -3\ 629\ 035.77 & 2\ 171\ 834.39 & -161\ 867.05 & -2\ 940.13 \\ 1\ 143\ 285.52 & -713\ 942.49 & 54\ 709.45 & 1\ 941.19 \\ -136\ 731.15 & 85\ 677.53 & -7\ 419.81 & -374.05 \end{bmatrix}, j = 1, 2, 3, 4, 5; k = 1, 2, 3, 4 \quad (15)$$

$$F_{2ij} = \begin{bmatrix} -1\ 629\ 116.95 & -158\ 816.59 & 568.18 & 1\ 532.68 \\ 6\ 221\ 627.44 & -163\ 358.30 & 31\ 641.94 & -6\ 357.93 \\ -7\ 186\ 327.90 & 683\ 045.20 & -65\ 342.15 & 8\ 798.28 \\ 3\ 312\ 610.25 & -507\ 621.52 & 41\ 907.33 & -4\ 775.61 \\ -462\ 870.65 & 83\ 551.06 & -5\ 729.47 & 829.91 \end{bmatrix}, j = 1, 2, 3, 4, 5; k = 1, 2, 3, 4 \quad (16)$$

$$F_{3ij} = \begin{bmatrix} 4\ 501\ 085.07 & -1\ 077\ 586.81 & 83\ 984.70 & -1\ 210.10 \\ -12\ 880\ 420.52 & 3\ 117\ 349.44 & -233\ 003.82 & 4\ 421.09 \\ 12\ 829\ 414.54 & -3\ 195\ 667.57 & 234\ 514.40 & -5\ 612.10 \\ -5\ 300\ 824.65 & 1\ 381\ 840.19 & -100\ 742.98 & 2\ 854.32 \\ 716\ 125.69 & -193\ 140.88 & 13\ 705.04 & -466.85 \end{bmatrix}, j = 1, 2, 3, 4, 5; k = 1, 2, 3, 4 \quad (17)$$

$$F_{4ij} = \begin{bmatrix} -1\ 397\ 123.30 & 357\ 533.23 & -21\ 736.61 & -30.23 \\ 3\ 834\ 061.70 & -976\ 627.77 & 58\ 103.87 & -248.32 \\ -3\ 741\ 415.32 & 967\ 250.91 & -58\ 020.14 & 629.08 \\ 1\ 535\ 576.35 & -411\ 022.16 & 25\ 511.48 & -435.27 \\ -209\ 089.87 & 57\ 913.89 & -3\ 676.21 & 90.34 \end{bmatrix}, j = 1, 2, 3, 4, 5; k = 1, 2, 3, 4 \quad (18)$$

$$F_{5ij} = \begin{bmatrix} 68\ 816.32 & -16\ 650.33 & 694.10 & 32.88 \\ -191\ 991.96 & 45\ 790.06 & -1\ 839.22 & -73.09 \\ 191\ 700.61 & -46\ 488.81 & 1\ 945.50 & 55.81 \\ -79\ 715.02 & 20\ 214.64 & -924.00 & -20.31 \\ 10\ 334.03 & -2\ 731.24 & 127.87 & 5.59 \end{bmatrix}, j = 1, 2, 3, 4, 5; k = 1, 2, 3, 4 \quad (19)$$

2.3 权函数有效性验证

2.3.1 沿壁厚变化应力分布

图6~图9分别为圆管厚径比 $T/R_i = 0.02$ 和 $T/R_i = 0.2$ 的环向外表面裂纹最深点 $A(\xi/h =$

0.0) 和表面点 $B(\xi/h = 1.0)$ 的权函数结果与有限元结果对比. 在裂纹面施加的沿壁厚方向变化的1次、2次和3次应力分布载荷为

$$\sigma(x, y) = \sigma_0 \left(1 - \frac{y}{a}\right)^n, \quad n = 1, 2, 3 \quad (20)$$

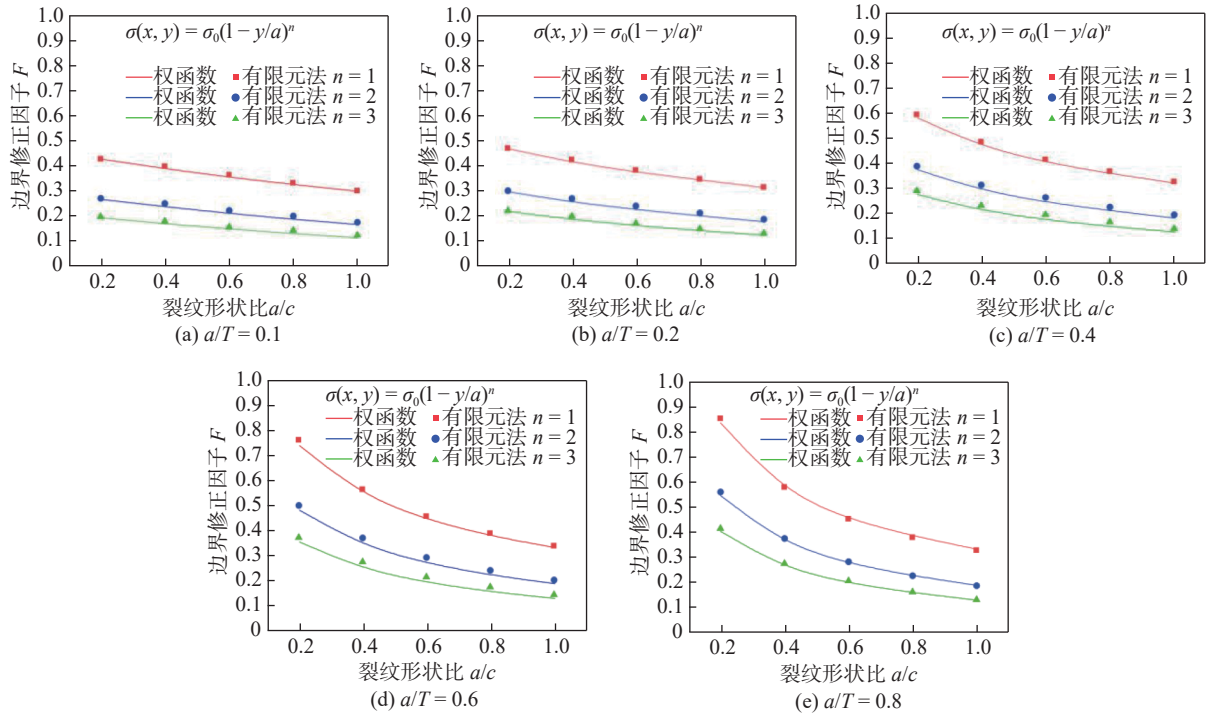


图6 厚径比为0.02的最深点权函数结果与有限元结果对比

Fig. 6 Comparison between the results of deepest point calculated by weight function and finite element for $T/R_i = 0.02$. (a) $a/T = 0.1$; (b) $a/T = 0.2$; (c) $a/T = 0.4$; (d) $a/T = 0.6$; (e) $a/T = 0.8$

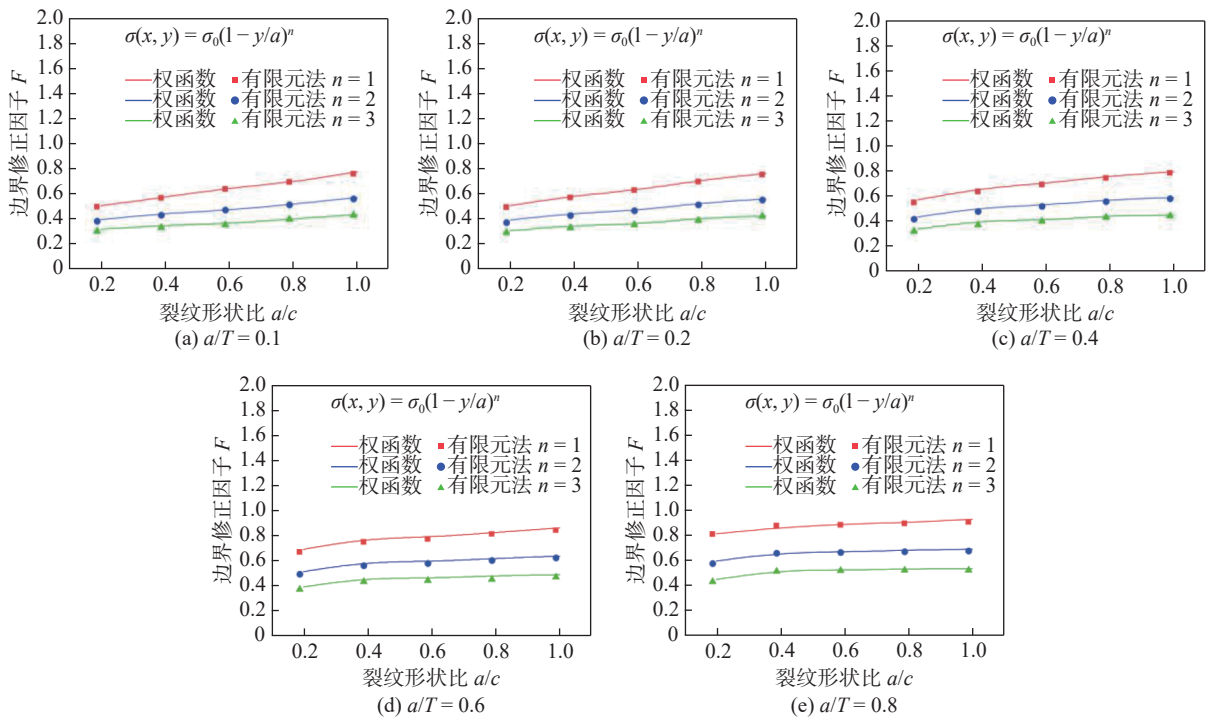


图7 厚径比为0.02的表面点权函数结果与有限元结果对比

Fig. 7 Comparison between the results of surface point calculated by weight function and finite element for $T/R_i = 0.02$. (a) $a/T = 0.1$; (b) $a/T = 0.2$; (c) $a/T = 0.4$; (d) $a/T = 0.6$; (e) $a/T = 0.8$

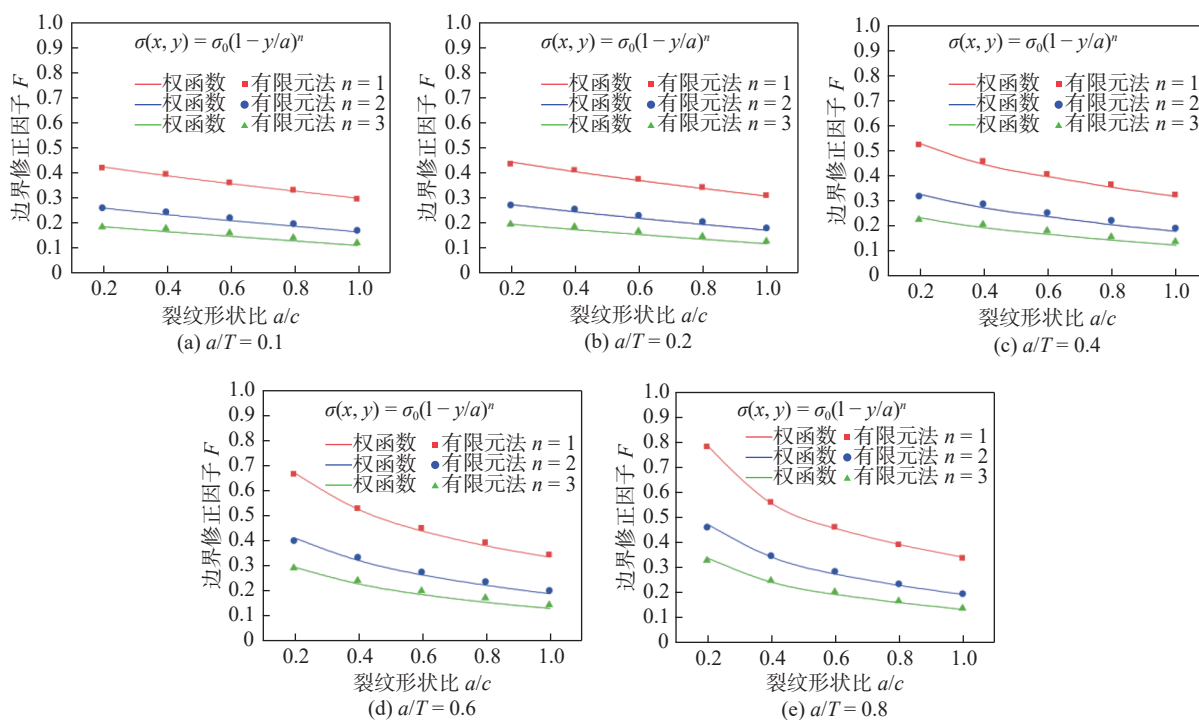


图 8 厚径比为 0.2 的最深点权函数结果与有限元结果对比

Fig. 8 Comparison between the results of deepest point calculated by weight function and finite element for $T/R_1 = 0.2$. (a) $a/T = 0.1$; (b) $a/T = 0.2$; (c) $a/T = 0.4$; (d) $a/T = 0.6$; (e) $a/T = 0.8$

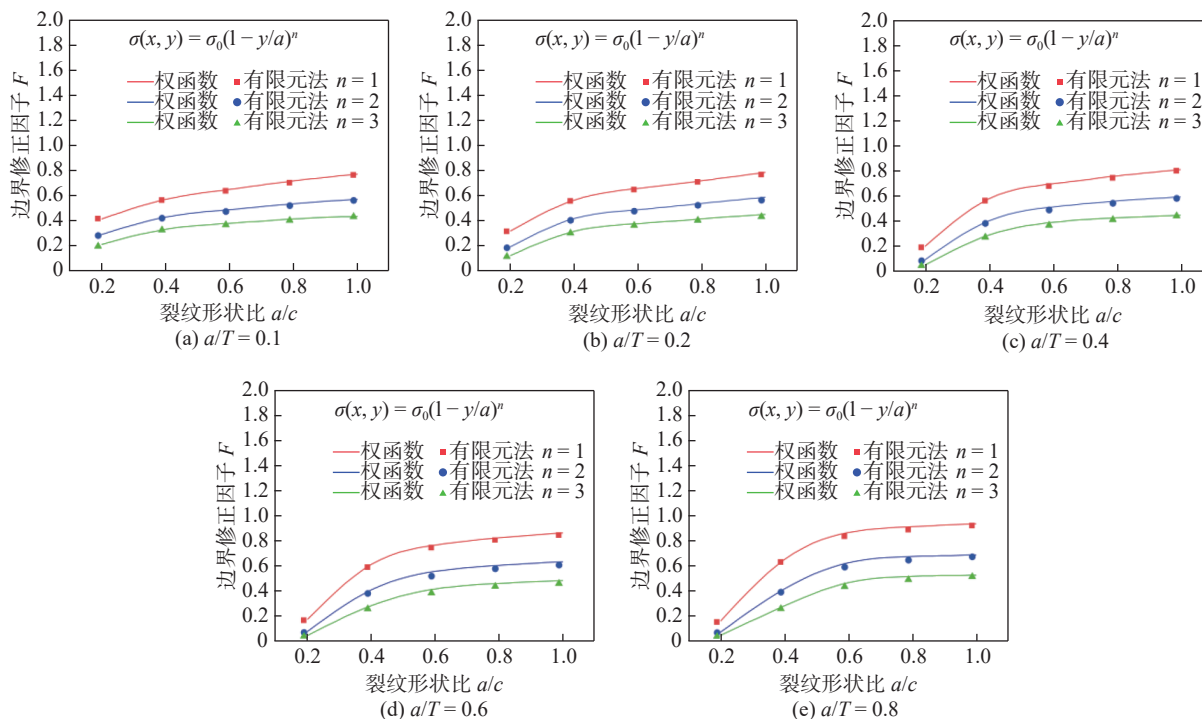


图 9 厚径比为 0.2 的表面点权函数结果与有限元结果对比

Fig. 9 Comparison between the results of surface point calculated by weight function and finite element for $T/R_1 = 0.2$. (a) $a/T = 0.1$; (b) $a/T = 0.2$; (c) $a/T = 0.4$; (d) $a/T = 0.6$; (e) $a/T = 0.8$

将计算的 SIFs 经无量纲化处理后得到边界修正因子 F 。与有限元结果相比, 权函数结果在最深点和表面点的最大相对误差分别为 9.5% 和 7.8%。

2.3.2 环焊缝残余应力分布

海底油气管道和钢悬链立管是典型的焊接构件, 在制造过程中沿着环焊缝往往产生较高的焊接

残余应力,加快了表面裂纹的萌生和扩展.表 3 ~ 表 6 分别为裂纹形状比 $a/c = 0.25, 0.5$ 和 1.0 , 裂纹深度比 $a/T = 0.2, 0.4, 0.6$ 和 0.8 , 圆管厚径比 $T/R_i = 0.05, 0.1$, 共 24 种不同形状表面裂纹最深点和表面点处权函数与有限元计算结果的对比. 为了进一步验证所提出权函数的适用性, 结合文献 [13] 根据英国标准协会制订的 BS7910《配管减薄基准》中推荐的环焊缝残余应力分布施加到裂纹面上.

表 3 厚径比为 0.05 的残余应力分布下最深点权函数结果与有限元结果对比
Table 3 Comparison of the results of deepest point calculated by weight function and finite element for residual stress distribution for $T/R_i=0.05$

裂纹形状比 a/c	裂纹深度比 a/T	边界修正因子有限元结果 F_{FEM}	边界修正因子权函数结果 F_{WF}	误差 $\delta(\%)$
0.25	0.2	1.1403	1.1371	- 0.28
0.25	0.4	1.2807	1.2814	0.05
0.25	0.6	1.3512	1.3474	- 0.28
0.25	0.8	1.2694	1.2555	- 1.10
0.50	0.2	1.0913	1.0898	- 0.14
0.50	0.4	1.1416	1.1430	0.12
0.50	0.6	1.0897	1.0887	- 0.09
0.50	0.8	0.9421	0.9267	- 1.63
1.00	0.2	1.0425	1.0423	- 0.02
1.00	0.4	1.0369	1.0391	0.21
1.00	0.6	0.8994	0.9049	0.61
1.00	0.8	0.7124	0.7230	1.49

表 4 厚径比为 0.1 的残余应力分布下最深点权函数结果与有限元结果对比
Table 4 Comparison of the results of deepest point calculated by weight function and finite element for residual stress distribution for $T/R_i=0.1$

裂纹形状比 a/c	裂纹深度比 a/T	边界修正因子有限元结果 F_{FEM}	边界修正因子权函数结果 F_{WF}	误差 $\delta(\%)$
0.25	0.2	1.1358	1.1348	- 0.09
0.25	0.4	1.2654	1.2656	0.02
0.25	0.6	1.3230	1.3289	0.45
0.25	0.8	1.2547	1.2678	1.04
0.50	0.2	1.0901	1.0896	- 0.05
0.50	0.4	1.1395	1.1400	0.04
0.50	0.6	1.0878	1.0887	0.08
0.50	0.8	0.9488	0.9468	- 0.21
1.00	0.2	1.0431	1.0427	- 0.04
1.00	0.4	1.0379	1.0401	0.21
1.00	0.6	0.9022	0.9076	0.60
1.00	0.8	0.7184	0.7279	1.33

表 5 厚径比为 0.05 的残余应力分布下表面点权函数结果与有限元结果对比

Table 5 Comparison of the results of surface point calculated by weight function and finite element for residual stress distribution for $T/R_1=0.05$

裂纹形状比 a/c	裂纹深度比 a/T	边界修正因子有限元结 F_{FEM}	边界修正因子权函数结果 F_{WF}	误差 $\delta(\%)$
0.25	0.2	0.7025	0.6679	-4.93
0.25	0.4	0.7782	0.7466	-4.06
0.25	0.6	0.9051	0.9108	0.63
0.25	0.8	1.0188	0.9971	-2.13
0.50	0.2	0.8568	0.8532	-0.42
0.50	0.4	0.9424	0.9221	-2.15
0.50	0.6	1.0727	1.0331	-3.69
0.50	0.8	1.2068	1.2082	0.12
1.00	0.2	1.0948	1.0946	-0.02
1.00	0.4	1.1419	1.1406	-0.11
1.00	0.6	1.2093	1.2114	0.17
1.00	0.8	1.2663	1.2809	1.15

表 6 厚径比为 0.1 的残余应力分布下表面点权函数结果与有限元结果对比

Table 6 Comparison of the results of surface point calculated by weight function and finite element for residual stress distribution for $T/R_1=0.1$

裂纹形状比 a/c	裂纹深度比 a/T	边界修正因子有限元结 F_{FEM}	边界修正因子权函数结 F_{WF}	误差 $\delta(\%)$
0.25	0.2	0.6795	0.6766	-0.43
0.25	0.4	0.7177	0.6948	-3.19
0.25	0.6	0.7768	0.8029	3.36
0.25	0.8	0.8096	0.8165	0.85
0.50	0.2	0.8557	0.8639	0.96
0.50	0.4	0.9413	0.9543	1.38
0.50	0.6	1.0698	1.0645	-0.50
0.50	0.8	1.2003	1.1754	-2.07
1.00	0.2	1.0932	1.0929	-0.03
1.00	0.4	1.1512	1.1513	0.01
1.00	0.6	1.2217	1.2236	0.16
1.00	0.8	1.2782	1.2872	0.70

环焊缝残余应力分布为

$$\sigma(x,y)=\frac{\sigma_{res}(y)}{\sigma_Y}=1-6.80\left(\frac{T-y}{T}\right)+24.30\left(\frac{T-y}{T}\right)^2-28.68\left(\frac{T-y}{T}\right)^3+11.18\left(\frac{T-y}{T}\right)^4$$

(21)

式中： σ_{res} 为沿着壁厚方向变化的残余应力； σ_Y 为圆管材料的屈服应力。

3 结论

表 3 ~ 表 6 形状表面裂纹最深点和表面点处权函数与有限元计算结果，所有误差在 5% 以内，表明了权函数具有良好的计算精度。

(1) 文中建立的二维权函数具有更广泛的裂纹形状适用范围，裂纹形状比 a/c 为 0.2 ~ 1.0，裂

纹深度比 a/T 为 $0.1 \sim 0.8$, 圆管厚径比 T/R_i 为 $0.02 \sim 0.2$.

(2) 通过分别施加高阶应力分布载荷和环焊缝残余应力进行验证, 结果表明权函数结果与有限元结果的最大相对误差为 9.5% , 满足实际工程应用需要.

(3) 提出的圆管环向外表面裂纹二维权函数可以应用于含表面裂纹缺陷的海底管道与立管的 SIFs 计算和疲劳裂纹扩展寿命预报.

参考文献

- [1] NAGY N, LUKACS J. Behavior of transporting pipeline sections without and with hydrogen exposure based on full-scale tests[J]. *China Welding*, 2024, 33(3): 14 – 24.
- [2] LI Z C, JIANG X L, HOPMAN H. External surface cracked offshore pipes reinforced with composite repair system: a numerical analysis[J]. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, 2022, 117: 103191.
- [3] WANG G, LI Z X, CHEN T, *et al.* Numerical study on fatigue behavior and strengthening of steel pipes with a surface crack[J]. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, 2023, 127: 104003.
- [4] 任伟, 帅健. 焊接方法对 X90 管道环焊接头断裂韧性的影响[J]. *焊接学报*, 2024, 45(3): 32 – 42.
REN Wei, SHUAI Jian. The effect of welding method on the fracture toughness of X90 pipeline girth weld joints[J]. *Transactions of the China Welding Institution*, 2024, 45(3): 32 – 42.
- [5] 吴学仁, 徐武. 裂纹体分析的权函数理论与应用: 回顾和展望[J]. *力学进展*, 2022, 52(3): 415 – 507.
WU Xueren, XU Wu. Weight function theory and applications for crack analysis: a review and outlook[J]. *Advances in Mechanics*, 2022, 52(3): 415 – 507.
- [6] 况正, 唐毅, 陈银强. 基于权函数法的管道环向外表面三维裂纹应力强度因子计算[J]. *压力容器*, 2023, 40(3): 47 – 55.
KUANG Zheng, TANG Yi, CHEN Yinqiang. Stress intensity factor calculation of three-dimensional external surface circumferential cracks on pipeline by weight function method[J]. *Pressure Vessel Technology*, 2023, 40(3): 47 – 55.
- [7] 龚宝明, 田润明, 刘秀国, 等. 基于单边缺口拉伸试样的环接头阻力曲线确定方法对比[J]. *焊接学报*, 2022, 43(5): 21 – 28.
GONG Baoming, TIAN Runming, LIU Xiuguo, *et al.* Comparative study on determination methods of resistance curves of circular joints based on single edge notched tensile specimens[J]. *Transactions of the China Welding Institution*, 2022, 43(5): 21 – 28.
- [8] WANG X, GLINKA G. Determination of approximate point load weight functions for embedded elliptical cracks[J]. *International Journal of Fatigue*, 2009, 31(11): 1816 – 1827.
- [9] YUAN K L, LIU J Y. Two-dimensional weight function for the determination of stress intensity factors for semi-elliptical surface cracks in finite-thickness and finite-width plates[J]. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, 2022, 121: 103495.
- [10] GU M Q, GUO W L. Two-dimensional weight function of stress intensity factors for surface cracks emanating from weld toes of butt-welded plates[J]. *Engineering Fracture Mechanics*, 2025, 314: 110723.
- [11] GOOGARCHIN H S, GHAJAR R. Stress intensity factors calculation for surface crack in cylinders under longitudinal gradient pressure using general point load weight function[J]. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 2014, 37(2): 184 – 194.
- [12] SHOHEIB M M. A novel correlation models for predicting stress intensity factor of semi-elliptical crack in welded pipelines under cyclic internal pressure based on Bézier base XIGA[J]. *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, 2023, 206: 105052.
- [13] WELTEVREDEN M, COULES H, HADLEY I, *et al.* Statistical analysis of residual stresses in austenitic pipe girth welds[J]. *Science and Technology of Welding and Joining*, 2023, 28(5): 381 – 387.

第一作者: 袁奎霖, 博士, 副教授, 研究生导师; 主要研究方向为焊接结构物疲劳与断裂分析; Email: yuan_kuilin@dlmu.edu.cn.

(编辑: 汤明日)