

# 基于本征应变法修正厚板轮廓法应力测试误差

严 益, 刘 川, 王春景, 沈嘉斌  
(江苏科技大学, 镇江 212003)

**摘要:** 基于本征应变法, 以轮廓法测试的部分内部应力数据为基础构造出切割面上的整体纵向应力分布, 修正轮廓法测试切割面上的表面应力误差, 并研究了本征应变阶数对构造结果的影响。结果表明, 本征应变法构造出的切割面上纵向应力分布与轮廓法测试结果符合较好, 表层应力相比于轮廓法测试值提高了约 27%; 构造出的表面应力与 XRD 法测试结果符合较好, 一定程度上能修正轮廓法表层纵向应力测试误差; 沿切割面  $x$  方向和  $y$  方向本征应变基函数阶数采用 16 次和 10 次, 能构造出较好的纵向应力场。

**关键词:** 本征应变法; 轮廓法; 残余应力; 误差

中图分类号: TG 404 文献标识码: A doi: 10.12073/j.hjxb.2019400292

## 0 序 言

对于大厚度焊接件而言, 多道焊接使焊缝金属经历多次焊接热循环作用, 从而造成结构内部焊接残余应力分布复杂, 影响结构件的刚度和抗疲劳能力<sup>[1]</sup>。研究大厚度件内部残余应力的大小及分布, 有利于结构的安全性和服役寿命的准确评价<sup>[2]</sup>。

轮廓法是一种新颖的构件内部应力测试破坏性方法<sup>[3]</sup>, 不仅能获得切割面完整的二维纵向残余应力分布, 而且测试简单、成本低、不受试件厚度和微观结构的限制<sup>[4]</sup>。因此, 轮廓法成为研究厚板内部应力的热点。慢走丝线切割加工是满足轮廓法应力测试的最佳切割方法, 但线切割加工易造成切割面边缘的轮廓位移测量误差<sup>[4-5]</sup>, 从而造成轮廓法表面应力测试结果误差较大。因此需要对表面测试结果进行修正。文中采用本征应变法来修正轮廓法表面应力测试误差。

Hill<sup>[6]</sup>将焊接结束后的塑性应变、热应变和相变应变三者残余量之和称为本征应变 (Eigenstrain)。本征应变是产生残余应力的源。若已知试件本征应变的大小及分布, 就可以通过弹性计算获得整个试件的焊接残余应力<sup>[7]</sup>。切割引起试件几何形状变化会改变残余应力分布, 但并不会改变弹性状态下的

本征应变分布<sup>[8]</sup>。因此, 本征应变法可以在一定程度上修正轮廓法因切割导致的测试误差。文中以 50 mm 厚 Q345D 钢板对接接头为研究对象, 利用部分轮廓法测试结果进行本征应变法构造切割面纵向应力, 分析对比轮廓法和本征应变法结果; 利用本征应变法修正轮廓法表层应力并采用 XRD 法验证修正后的表层应力。

## 1 焊接试验及应力测试

采用尺寸为 400 mm × 200 mm × 50 mm 的 Q345D 两块试板进行二氧化碳气体保护焊方法焊接。Q345D 的屈服强度 392 MPa, 焊缝金属屈服强度为 543 MPa。试件预热温度与焊道层间温度均为 60 °C。试件坡口尺寸及焊后尺寸如图 1a 所示, 正面焊接 6 道后, 采用碳弧气刨清根, 进行背面施焊。背面坡口填满后再进行正面施焊, 焊接顺序如图 1b 所示。焊接工艺参数见表 1。焊丝牌号为 CHT711HR, 直径为 1.2 mm。

焊接结束后采用轮廓法测试试件内部应力。文中采用一次切割轮廓法获得切割面的纵向应力  $\sigma_z$ 。测试过程分为三步。①采用高精度的慢走丝线切割设备将试件切开为两半, 切割面位置如图 2 所示。切割速度为 0.18 ~ 0.21 mm/min, 电极丝为直径 0.25 mm 的铜丝; ②测试切割面轮廓及曲面拟合; ③有限元应力重构。

在轮廓法测试之前, 采用 XRD 法测试构件表

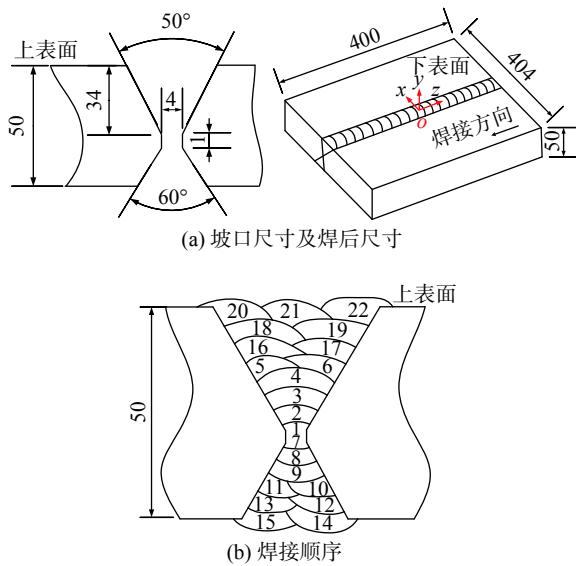


图 1 焊接试板尺寸 (mm)

Fig. 1 Schematic diagram of the specimen

表 1 焊接工艺参数

Table 1 Welding process parameters

焊道	电弧电压U/V	电流I/A	焊接速度v/(mm·min <sup>-1</sup> )
1~3	30~32	180~220	188~220
4~13	30~32	230~270	200~300
14~15, 20~22	29~30	180~220	180~200
16~19	16~19	240~260	230~300

面应力分布, 测试位置位于焊缝中截面, 即图 2 中的 L1 线和 L2 线。

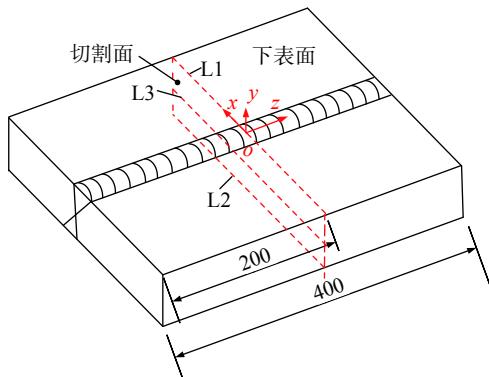


图 2 切割面示意图

Fig. 2 Schematic diagram of the cut planes

## 2 基于反分析的本征应变构造方法

本征应变为产生残余应力的源。在应力-应变计算中, 产生的残余应力场与弹性应变场遵循胡克定律。假设已知试件本征应变分布, 就可通过弹性

计算求出残余应力。但是试验只能测量有限数量的应变或应力值。利用部分试验应变或应力值构造试件的未知本征应变分布, 然后计算出焊接残余应力的过程称为基于反分析的本征应变求解问题。

根据文献 [9], 假设产生 z 方向应力的本征应变分布可以由式 (1) 和式 (2) 表示, 即

$$\varepsilon_{zz}^*(x, y) = \sum_{i=1}^{(m+1)(n+1)} c_i G_i(x, y) \quad (1)$$

$$G_i = F_k(x) F_l(y) \quad (2)$$

式中:  $c_i$  为未知系数; 函数  $G_i$  为本征应变基函数, 设其由  $x$  和  $y$  变化的多项式  $F(x)$  和  $F(y)$  相乘而得, 其中下标  $k$  和  $l$  的取值范围分别为  $0 \sim m$  与  $0 \sim n$ 。

分别将第  $i$  阶的本征应变函数  $G_i$  带入热弹性模型计算得到的应力分布用  $S_i(x, y)$  表示。式 (3) 中  $T_i$  表示为一系列本征函数热弹性计算的应力值线性叠加。设轮廓法测试应力值为  $t_q(x, y)$ , 式 (4) 为本征应变构造技术的应力计算结果和轮廓法试验结果差值的平方和, 即

$$T_i = \sum_{i=1}^{(m+1)(n+1)} c_i S_i \quad (3)$$

$$J = \sum_q \sum_i^{(m+1)(n+1)} (c_i S_i - t_q)^2 \quad (4)$$

$$\text{grad}_{c_i} J = (\partial J / \partial c_i) = 0 \quad (5)$$

方程式 (4) 右边的表达式为非负, 只有当  $J=0$  时, 构造值与试验值的误差最小, 即未知的本征应变函数系数  $c_i$  可以通过求解函数  $J$  最小值获得, 如式 (5) 所示。将求得的系数矩阵  $c_i$  带入式 (1), 则可获得试件切割面本征应变分布函数, 将其施加到热弹性模型计算获得应力分布。基于反分析的本征应变法就是利用试验测量的部分残余应力值求试件内未知的本征应变分布, 残余应力场就可以通过等效热应变方法获得。

文中所构造的应力为垂直切割面方向的应力, 即纵向残余应力。对于表征本征应变基函数的选择, 根据 Korsunsky 等人<sup>[9]</sup> 选用切比雪夫多项式, 文中选用沿切割面  $x$  方向采用 20 阶切比雪夫多项式, 沿  $y$  方向采用 10 阶切比雪夫多项式, 即  $m=20, n=10$ 。

### 3 本征应变构造过程有限元分析

由于二维模型能较好反应三维模型的计算结果<sup>[10-13]</sup>,且能提高有限元计算效率,因此文中采用ABAQUS 软件建立二维有限元模型并施加位移约束条件计算假设本征应变基函数产生的应力分布以及最终的应力分布. 建立的有限元模型如图 3 所示. 采用四节点平面应变单元 (CPE4R) 以  $1 \text{ mm} \times 1 \text{ mm}$  网格划分切割面, 共 16 000 个单元和 16 371 个节点. 材料弹性模量为  $2 \times 10^{11} \text{ Pa}$ , 泊松比为 0.3.

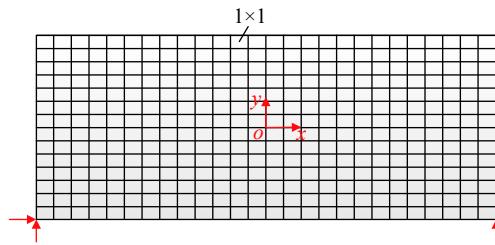


图 3 有限元模型  
Fig. 3 Finite element model

将本征应变基函数以热应变形式施加到热弹性有限元模型上, 利用 ABAQUS 中用户子程序定义“UEXPAN”来模拟温度变化引起的热应变, 即在模型中以本征应变分布表达的热膨胀系数赋予单位温度变化进行热弹性计算. 提取以各项基函数作为热应变计算的应力值, 利用 MATLAB 软件求解式(4), 获得本征应变未知系数  $c_i$ , 将获得的系数  $c_i$  写入 UEXPAN 用户子程序, 再进行热弹性计算, 获得应力结果为本征应变法构造的应力分布.

## 4 结果与讨论

### 4.1 本征应变法构造应力与轮廓法测试应力比较

文中以切比雪夫多项式作为本征应变的基函数, 选取距表面  $2 \sim 48 \text{ mm}$  区域内 39 条轮廓法测试线数据作为试验数据来源(轮廓法测试时获得切割面上  $1 \text{ mm} \times 1 \text{ mm}$  间距应力分布, 如图 3 所示), 其中在轮廓法应力梯度较大区域以  $1 \text{ mm}$  间隔选取数据, 其它区域以  $2 \text{ mm}$  间隔选取. 本征应变法获得的切割面纵向应力与轮廓试验结果对比, 见图 4 所示.

图 4 中可以看出, 轮廓法测得的纵向应力与本征应变法构造结果有相同的变化趋势, 在焊缝区域

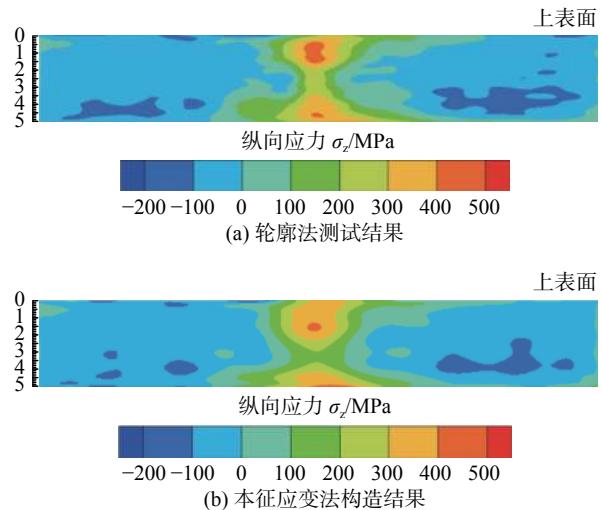


图 4 轮廓法与本征应变法构造的切割面纵向应力对比  
Fig. 4 Comparisons of the residual stress distribution on the cut plane obtained by the contour method and the eigenstrain method

表现为纵向拉伸应力, 远离焊缝区域表现为纵向压缩应力. 且两种方法获得的压应力值范围均为  $0 \sim 200 \text{ MPa}$ , 与焊缝区域的拉伸应力平衡; 由图 4a 所示, 轮廓法获得的纵向拉伸应力峰值约  $440 \text{ MPa}$ , 出现距上表面  $8 \text{ mm}$  处, 距下表面  $5 \text{ mm}$  处表现为较高的纵向拉伸应力, 其值为  $410 \text{ MPa}$  左右; 由图 4b 所示, 本征应变法构造的切割面应力分布与轮廓法试验结果基本一致, 但本征应变法获得的纵向拉伸应力峰值出现在试件下表面, 约  $480 \text{ MPa}$ , 比轮廓法应力峰值高了近  $40 \text{ MPa}$ .

选择图 2 中所示的切割面上 3 条应力评价线, 画出该 3 条线上轮廓法测试应力和本征应变法构造应力结果, 如图 5 所示. 图 5 中也画出 XRD 法测试的表面应力 (L1 线和 L2 线).

由图 5a, 5b 可知, 轮廓法和 XRD 法获得的上下表面纵向残余应力差异较大, 尤其在试件下表面远离焊缝区域区别较大. 由图 5a 所示, 在距焊缝中心右侧约  $80 \text{ mm}$  至远端区域, 本征应变法构造的应力相对于轮廓法测试值更接近 XRD 法测试值. 在图 5b 中, L2 应力评价线上本征应变法构造的峰值应力约为  $370 \text{ MPa}$ , XRD 法测试峰值应力为  $350 \text{ MPa}$  左右, 两种方法获得的结果基本一致, 而轮廓法测试的峰值应力约为  $270 \text{ MPa}$ , 相比于轮廓法测试结果高了近  $100 \text{ MPa}$ . 由图 5c 所示, 本征应变法与轮廓法在 L3 应力评价线的应力分布相吻合.

以上可以发现, 轮廓法测试的表面应力峰值和分布与 XRD 法测试结果差距较大, 本征应变法构

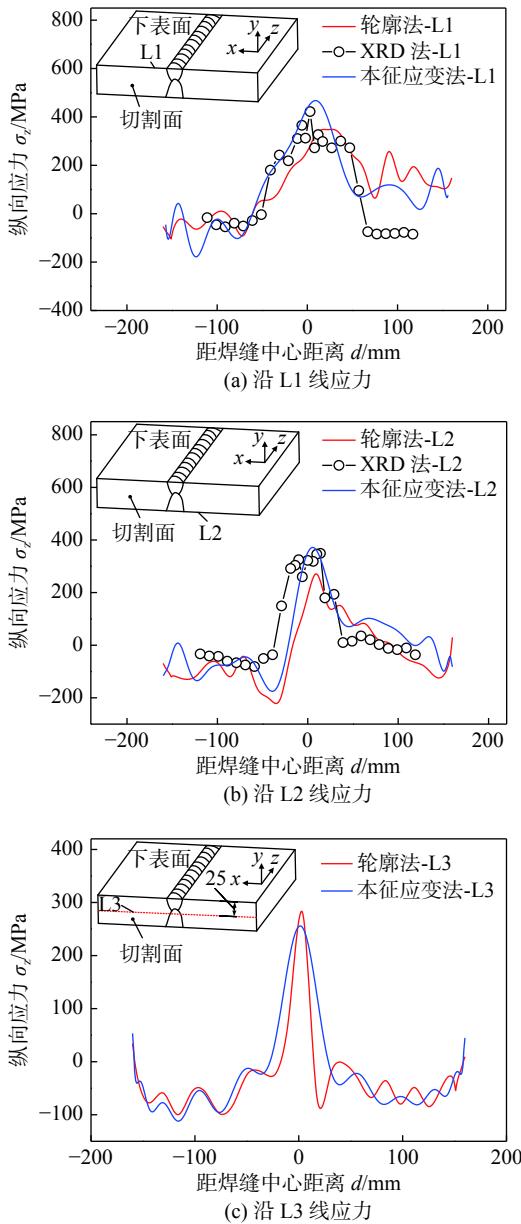


图 5 沿 L1, L2 和 L3 线试验结果与构造结果应力对比  
Fig. 5 Comparison between experimental and reconstructed stresses

造的表面应力峰值与 XRD 测试结果相吻合, 且在远离焊缝区域, 本征应变法构造的应力更接近 XRD 测试值; 上下表面本征应变法构造的峰值应力与 XRD 测试值应力误差分别约 5% 和 14%, 而轮廓法测试的峰值应力与 XRD 测试值在切割面上下表面的误差分别约为 30% 和 20%, 说明本征应变法在一定程度能修正轮廓法在上下表面测试误差.

#### 4.2 多项式阶数对本征应变法构造应力的影响

文中采用切比雪夫多项式作为本征应变基函数, 在数据选取位置和数量不变的条件下, 研究本

征应变多项式阶数对构造结果的影响, 对比不同阶数的多项式在 L1 和 L2 线位置的纵向应力. 选择  $x$  方向 12, 16, 18 和 20 阶,  $y$  方向 8 阶和 10 阶组合的多项式进行本征应变法应力构造, 获得的应力比较见图 6.

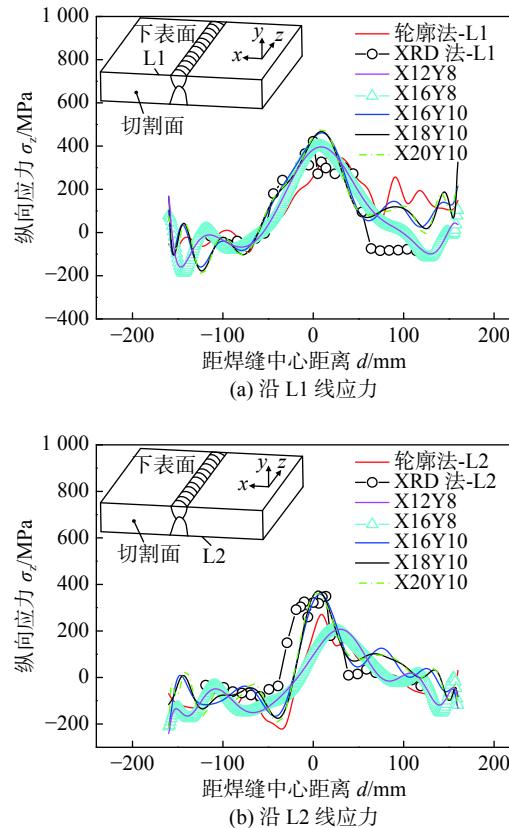


图 6 不同阶数多项式构造应力沿 L1 和 L2 线分布比较  
Fig. 6 Comparison between stresses along L1 and L2 reconstructed with different orders of polynomial

由图 6 看出, 当沿切割面  $x$  方向基函数阶数达到 16( $m \geq 16$ ), 沿切割面  $y$  方向基函数阶数不变时( $n = 10$ ), 随着沿切割面  $x$  方向基函数阶数的增加, 构造的应力峰值基本不变且和 XRD 测试值相吻合较好. 由此, 沿切割面  $x$  方向的本征应变基函数阶数达到 16 阶就可满足轮廓法切割面纵向残余应力的构造. 在此基础上, 对比分析本征应变基函数阶数  $m$  在 16~20 变化, 沿  $y$  方向基函数阶数不变(即  $n = 10$ )构造应力在 L3 位置的结果, 如图 7 所示.

由图 7 可知, 随本征应变基函数阶数  $m$  的增加, L3 线的应力构造结果越来越接近轮廓法测试值. 因此, 对于文中的大厚板多道焊接接头本征应变法构造应力分布, 沿切割面  $x$  和  $y$  方向的基函数阶数分别为 20 阶与 10 阶比较合适.

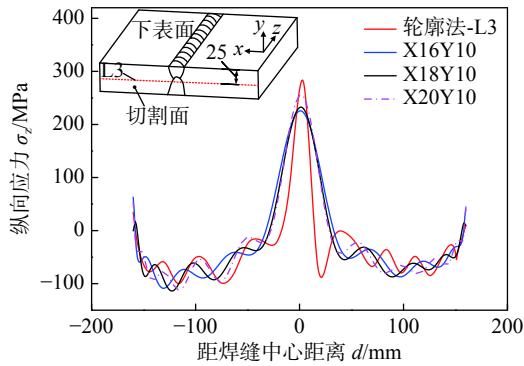


图 7 L3 线应力评价

Fig. 7 Stress distribution along line L3

## 5 结 论

(1) 以轮廓法测试的部分数据为基础, 基于反分析本征应变法构造应力技术, 结合热弹性有限元可构造出轮廓法切割面的应力分布, 获得的应力能在一定程度上修正轮廓法表面应力测试误差。

(2) 采用切比雪夫多项式为本征应变基函数, 沿切割面  $x$  方向基函数阶数达 16 阶以上, 沿切割面  $y$  方向基函数阶数为 10 阶, 本征应变法应力构造技术能构造出较准确的切割面纵向应力分布。

## 参考文献:

- 武 奇, 邱惠清, 王伟生. 基于结构应力的焊接接头疲劳分析 [J]. 焊接学报, 2009, 30(3): 101 – 105.  
Wu Qi, Qiu Huiqing, Wang Weisheng. Fatigue analysis of welded joints by method of structural stress[J]. Transactions of the China Welding Institution, 2009, 30(3): 101 – 105.
- Smith D J, Bouchard P J, George D. Measurement and prediction of residual stresses in thick-section steel welds[J]. Journal of Strain Analysis for Engineering Design, 2000, 35(4): 287 – 305.
- 刘 川, 冯 俊, 朱海洋, 等. 基于轮廓法测试惯性摩擦焊接头内部残余应力 [J]. 焊接学报, 2015, 36(6): 1 – 4.  
Liu Chuan, Feng Jun, Zhu Haiyang, et al. Internal residual stress measurement of inertia friction welding joints based on contour method[J]. Transactions of the China Welding Institution, 2015, 36(6): 1 – 4.
- Hatamleh O, Dewald A. An investigation of the peening effects on the residual stresses in friction stir welded 2195 and 7075 aluminum alloy joints[J]. Journal of Materials Processing Technology, 2009, 209(10): 4822 – 4829.
- Tosun N. The effect of the cutting parameters on performance of WEDM[J]. Ksme International Journal, 2003, 17(6): 816 – 824.
- Hill M R. Determination of residual stress based on the estimation of eigenstrain[D]. Stanford: Stanford University, 1996.
- Jun T S, Korsunsky A M. Evaluation of residual stresses and strains using the eigenstrain reconstruction method[J]. International Journal of Solids and Structures, 2010, 47(13): 1678 – 1686.
- Kartal M E, Kang Y H, Korsunsky A M, et al. The influence of welding procedure and plate geometry on residual stresses in thick components[J]. International Journal of Solids and Structures, 2016, 80: 420 – 429.
- Korsunsky A M, Regino G M, Nowell D. Variational eigenstrain analysis of residual stresses in a welded plate[J]. International Journal of Solids & Structures, 2007, 44(13): 4574 – 4591.
- Dong P, Hong J K, Bouchard P J. Analysis of residual stresses at weld repairs[J]. International Journal of Pressure Vessels and Piping, 2005, 82(4): 258 – 269.
- Song X, Kyriakoglou I, Korsunsky A M. Analysis of residual stresses around welds in a combustion casing[J]. Procedia Engineering, 2009, 1(1): 189 – 192.
- Sarkani S, Trichkov V, Michaelov G. An efficient approach for computing residual stresses in welded joints[J]. Finite Elements in Analysis and Design, 2000, 35(3): 247 – 268.
- Mollicone P, Camilleri D, Gray T G F, et al. Simple thermos-elastic-plastic models for welding distortion simulation[J]. Journal of Materials Processing Technology, 2006, 176(1–3): 77 – 86.

**第一作者简介:**严益, 男, 1993 年出生, 硕士。主要从事焊接应力变形测试及数值模拟方面研究。Email: [yiyan\\_lengduo@126.com](mailto:yiyan_lengduo@126.com)

**通信作者简介:**刘川, 男, 教授。Email: [chuanliu@just.edu.cn](mailto:chuanliu@just.edu.cn)