

# 电弧增材制造多层单道堆积的焊道轮廓模型函数

刘理想<sup>1</sup>, 柏兴旺<sup>1</sup>, 周祥曼<sup>2</sup>, 张海鸥<sup>3</sup>

(1. 南华大学, 衡阳, 421001; 2. 三峡大学, 宜昌, 443002; 3. 华中科技大学, 武汉, 430074)

**摘要:** 焊道截面轮廓的建模和分析为电弧增材制造过程中的切片、路径规划和工艺自动化提供必要的形貌数据. 采用 MATLAB 开发基于图像处理和曲线拟合的自适应拟合程序, 可以在半椭圆函数、圆弧函数、余弦函数和抛物线函数之间自适应选择合适的拟合模型函数. 基于该程序, 研究分析在焊接参数可行域内单层单道焊道截面轮廓最佳数学模型函数的分布情况, 以及多层单道堆积过程中不同层数上焊道轮廓的最佳模型函数. 结果表明, 自适应拟合程序对焊道截面的轮廓曲线拟合具有较好的精度; 在堆焊焊接参数可行域中, 单层单道焊道截面轮廓可以用半椭圆函数或余弦函数模型表示; 而对于多层单道堆积, 半椭圆函数模型对焊道最上层轮廓的拟合精度最高.

**关键词:** 电弧增材制造; 焊道建模; 曲线拟合

**中图分类号:** TG 444

**文献标识码:** A

**doi:** 10.12073/j.hjxb.20191230001

## 0 序言

在中大型金属零件的制造中, 采用电弧作为热源、金属焊丝作为填充物的电弧增材制造具有效率高、成本低的突出优势<sup>[1-2]</sup>. 一般来说, 电弧增材制造的过程可以描述为 CAD 模型构建、切片、各层堆积路径规划和焊接参数设置、与机器人通信、从下到上逐层堆积形成金属零件<sup>[3]</sup>. 其中, 切片与堆积路径规划都需要焊道截面形状的数据作为支撑. 因此, 获得不同焊接参数下焊道截面形状数据对于实现自动化电弧增材制造尤为重要.

近年来, 研究者基于数学函数曲线拟合的多种方法对电弧增材制造中焊道轮廓进行数学建模和分析. 对单层单道焊道轮廓的研究<sup>[4-10]</sup>发现, 使用半椭圆、圆弧、抛物线和余弦(正弦)数学函数进行轮廓曲线拟合都可以获得较小的截面面积相对误差, 但不同研究对应的最佳函数存在分歧. 基于以上分析, 文中利用 MATLAB 开发的自适应拟合程序对单层单道焊道截面轮廓最佳模型函数及多层单道焊道堆积过程中不同堆积层数上的焊道轮廓形状进行探究.

## 1 试验设备

试验所用的电弧增材制造系统是由 SAF-FRO DIGIPULS III 420 焊机、UNICO 水冷箱、变位机、IRB1600 机器人及其控制柜组成. 送丝速度与焊接电流是由焊机调用的一元化模式自动控制, 同时采用脉冲过渡方式进行焊接, 经由机器人控制的始终垂直于基板的焊枪运动, 从而实现单层单道以及多层单道堆积.

试验选用厚度为 10 mm 的 Q235 钢板作为基板, 焊丝选用直径为 1.2 mm 的 AWS ER70S-6 焊丝, 保护气体为 80% Ar + 20% CO<sub>2</sub>, 气体流量为 18 L/min, 焊丝伸出长度为 12 ~ 15 mm, 焊接电压为 22 V. 为了尽可能避免产生飞溅, 焊丝末端与基板或前一层距离始终固定在合适的范围.

采用电火花线切割在堆积试样中间位置进行横向切割, 对试样横截面表面进行抛光以去除切割痕迹, 然后通过喷涂白色环氧漆获得清晰焊道截面轮廓边界. 使用 JSZ6D 双目体视显微镜对焊道截面进行观察和拍照.

## 2 自适应拟合程序

利用 MATLAB 开发的自适应拟合程序, 可以实现基于图像处理的焊道截面几何尺寸计算和基于自适应曲线拟合的焊道截面轮廓拟合.

收稿日期: 2019 - 12 - 30

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51975270, 51705287, 51505210); 湖南省自然科学基金资助项目(2019JJ40245); 南华大学核燃料循环技术与装备湖南省协同创新中心开放基金项目.

图像处理过程如图 1 所示。显微镜拍摄的焊道截面图像具有 256 灰度等级。首先,执行旋转和平移操作,以确保焊道截面位于图像中间位置和基板表面沿水平方向(图 1a)。其次,对图像进行改进后的二值化操作,将焊道截面区域上像素点的灰度值低于 45 的置为 0,高于 65 的置为 255,即图像中焊道截面区域为白色,其余部分为黑色,从而确保焊道截面轮廓提取的准确性,如图 1b 所示。此时,统计焊道截面区域最底部水平方向上、垂直方向上最

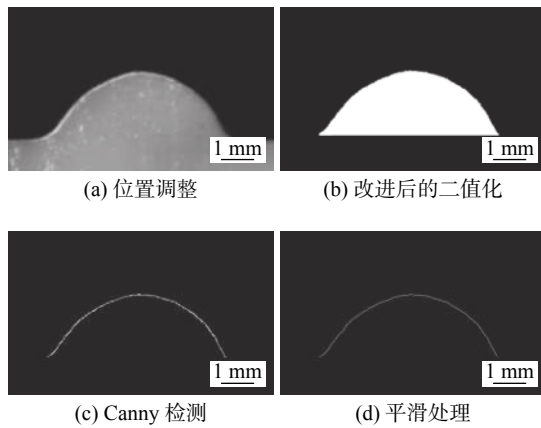


图 1 图片处理流程

Fig. 1 Picture processing flow. (a) position adjustment; (b) improved binarization; (c) Canny detection; (d) smoothing

高一系列以及整个区域内的像素点总数,即可计算出相应焊道截面的熔宽、熔高以及实际面积。然后,采用 Canny 边缘检测法对焊道截面区域的轮廓进行提取,同时去除水平位置上多余的像素点,焊道截面轮廓如图 1c 所示。此时,图像内所有白色点所在的位置点即为整个焊道截面轮廓的数据。最后,采用 Smooth-spline 方法对得到焊道截面轮廓数据点进行平滑处理,从而获得用于后续曲线拟合的焊道截面轮廓数据,平滑后的数据点显示即为焊道截面轮廓,如图 1d 所示。

在自适应曲线拟合部分,采用 MATLAB 中基于最小二乘法的非线性拟合函数 Lsqcurvefit 对得到的焊道截面轮廓全部数据点进行拟合。该函数内的指定数学函数分别为半椭圆、圆弧、余弦和抛物线,且初始点为每个指定函数的初始系数 ( $a, b, c$ ),如表 1 所示。表 1 给出了这 4 个指定数学函数的公式和所有系数,以及相应焊道横截面的预测面积公式。首先,在求解系数上设置适当的迭代起点和边界,以加快收敛速度;其次,对前一次 Lsqcurvefit 内指定数学函数曲线拟合产生的相应系数进行自动修正,经过 150 次这样的修正后,从而获得符合指定数学函数的最优系数。

表 1 焊道数学模型函数

Table 1 Mathematical model of weld

模型	模型函数	焊道横截面预测面积 $A_p / \text{mm}^2$
半椭圆模型	$y = a + \sqrt{b^2 - \frac{b^2 x^2}{c^2}} \quad (a \leq 0, b > 0, c > 0)$	$A_1 = \int_{-w/2}^{w/2} (a + \sqrt{b^2 - \frac{b^2 x^2}{c^2}})$
圆弧模型	$y = a + \sqrt{b^2 - x^2} \quad (a \leq 0, b > 0)$	$A_2 = \int_{-w/2}^{w/2} (a + \sqrt{b^2 - x^2})$
余弦模型	$y = a + b \cos(cx) \quad (a \leq 0, b > 0, c > 0)$	$A_3 = \int_{-w/2}^{w/2} (a + b \cos(cx))$
抛物线模型	$y = ax^2 + b \quad (a < 0)$	$A_4 = \int_{-w/2}^{w/2} (ax^2 + b)$

$R^2$  为响应值与预测响应值之间的相关性的平方,它的正常范围为 0 ~ 1. SSE 为预测响应值与响应值对应点的误差的平方和, SSE 值越接近于 0,说明指定模型对焊道轮廓拟合的精度越高。自适应曲线拟合的特点为根据每次 Lsqcurvefit 函数对指定函数拟合的结果中  $R^2$  值接近 1 的程度,对拟合产生的相应系数是否合适进行自动判断及修正,从而获得每个指定函数的最优系数。然后,再根据 SSE 最小原则自动判断出最佳的曲线拟合模型函数,并

将各指定数学函数相应的  $R^2$ , SSE 值和预测焊道横截面面积输出。

### 3 单层单道焊道建模

#### 3.1 焊道截面轮廓

在基板上进行的单层单道堆焊是多层单道堆积过程的第一层,它是后续层数的堆积基础。单层单道焊道截面轮廓示意图如图 2 所示,假设焊道截

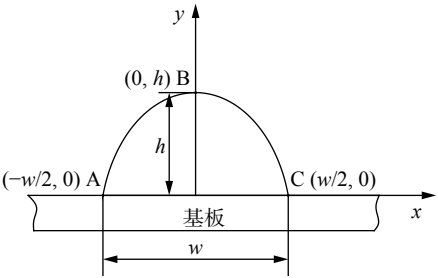


图 2 焊道截面轮廓示意图

Fig. 2 Schematic diagram of cross-section of weld bead  
面为对称的, AC 之间的距离即为焊道的熔宽, B 点为焊道的最高点.

3.2 自适应拟合程序运行结果

在一元化焊接模式中, 焊接电流是与送丝速度

( $v_s$ ) 相关联的. 选择常用的焊接参数中焊接速度 ( $v_w$ ) 与送丝速度 ( $v_s$ ) 为自变量开展 23 组试验. 利用自适应拟合程序对每组焊接参数下的焊道截面进行分析, 运行结果统计如表 2 所示.

模型预测焊道面积与计算焊道面积的相对误差为  $E_c$  可以表示为

$$E_c = \frac{A_p - A_c}{A_c} \times 100\% \tag{1}$$

式中:  $A_c$  是自适应拟合程序通过累计焊道横截面的像素点得到实际面积值, 该面积值可视为试验测量值.  $A_p$  ( $A_1, A_2, A_3$  和  $A_4$ ) 为由表 1 所列数学模型预测得到的焊道横截面面积.

如表 2 所示, 无论使用何种模型函数进行拟

表 2 四种模型函数自适应拟合结果

Table 2 Results of four models adaptive fitting program

试验 序号	焊接速度 $v_w/(\text{mm} \cdot \text{s}^{-1})$	送丝速度 $v_s/(\text{m} \cdot \text{min}^{-1})$	熔宽 $w/\text{mm}$	熔高 $h/\text{mm}$	计算面积 $A_c/\text{mm}^2$	半椭圆模型			圆弧模型			余弦模型			抛物线模型		
						$R^2$	SSE	$A_1/\text{mm}^2$	$R^2$	SSE	$A_2/\text{mm}^2$	$R^2$	SSE	$A_3/\text{mm}^2$	$R^2$	SSE	$A_4/\text{mm}^2$
1	4	5	8.895	3.141	22.154	0.997	0.709	22.046	0.995	1.500	22.066	0.978	5.339	22.023	0.979	5.901	22.027
2	4.5	5	8.429	3.074	20.067	0.998	0.653	19.867	0.996	1.423	19.844	0.982	4.271	19.879	0.984	4.828	19.881
3	5.5	5	7.610	2.761	16.352	0.998	0.529	16.331	0.996	0.811	16.313	0.987	1.882	16.334	0.989	2.620	16.336
4	8	5	5.914	2.348	11.391	0.970	4.290	11.522	0.985	3.930	11.373	0.987	2.527	11.544	0.980	2.864	11.544
5	4	6	10.505	3.275	25.543	0.997	1.392	25.209	0.996	1.510	25.203	0.992	3.141	25.211	0.993	2.831	25.213
6	4.5	6	9.648	3.200	23.178	0.996	1.527	22.891	0.994	2.103	22.875	0.989	3.862	22.881	0.990	3.559	22.883
7	5	6	8.990	3.062	20.654	0.996	1.219	20.565	0.995	1.490	20.550	0.992	2.324	20.563	0.993	2.136	20.565
8	5.5	6	8.552	2.877	18.839	0.996	0.812	18.727	0.995	1.169	18.722	0.995	2.221	18.719	0.995	2.030	18.720
9	6	6	8.029	2.749	17.157	0.999	1.275	17.078	0.999	1.975	17.079	0.987	2.958	17.095	0.988	2.687	17.096
10	4	7	11.124	3.323	27.260	0.997	1.541	27.028	0.996	1.719	27.022	0.993	2.945	26.997	0.994	2.660	27.001
11	4.5	7	10.571	3.230	25.262	0.998	1.048	25.042	0.996	1.442	25.025	0.995	2.757	25.025	0.996	2.273	25.027
12	5	7	9.657	3.132	22.153	0.997	1.846	21.915	0.992	2.759	21.891	0.998	3.745	21.912	0.998	3.231	21.913
13	5.5	7	9.029	2.783	18.894	0.996	1.029	18.722	0.995	1.504	18.713	0.993	2.836	18.718	0.993	2.490	18.719
14	8	7	7.143	2.631	13.980	0.994	1.416	13.994	0.991	1.826	13.821	0.989	2.472	14.040	0.990	2.965	14.036
15	9.333	7	6.543	2.406	11.781	0.964	2.722	11.737	0.954	3.145	11.665	0.994	1.271	11.912	0.992	1.461	11.871
16	12	7	6.086	2.419	10.930	0.988	2.342	10.966	0.951	2.981	10.822	0.993	1.043	11.013	0.991	1.439	10.980
17	4	8	13.817	3.440	32.595	0.998	1.270	32.112	0.998	1.734	32.111	0.993	3.611	32.113	0.994	3.865	32.116
18	4.5	8	11.181	3.516	28.860	0.998	1.166	28.500	0.997	1.731	28.492	0.994	3.150	28.479	0.995	2.765	28.483
19	5	8	10.329	3.384	25.968	0.998	0.930	25.784	0.996	1.362	25.759	0.995	2.208	25.788	0.995	1.933	25.789
20	5.5	8	9.971	3.139	23.029	0.998	0.832	22.760	0.995	1.484	22.733	0.997	2.199	22.759	0.997	1.968	22.760
21	8	8	8.143	2.780	16.618	0.995	1.137	16.594	0.992	1.728	16.566	0.994	2.467	16.595	0.994	2.782	16.596
22	12	8	6.943	2.344	11.360	0.967	5.357	11.424	0.951	5.681	11.332	0.987	2.122	11.474	0.973	2.877	11.440
23	16	8	5.833	1.917	9.028	0.997	4.264	9.353	0.989	5.365	9.307	0.991	2.778	9.366	0.992	3.220	9.365

合,结果  $R^2$  值都大于 0.95,且  $E_c$  值在  $\pm 4\%$  之内如图 3 所示,说明自适应拟合程序采用的计算程序具有良好的精度.与采用计算单位时间内焊丝的填充量作为焊道的横截面面积相比<sup>[6]</sup>,统计焊道横截面图像中焊道区域内像素点总数所得到的面积更能反映实际情况.由于各模型的  $E_c$  值区别较小,无法判断出最佳模型函数,因此各模型的 SSE 值被统计出来用以判断最佳模型函数.

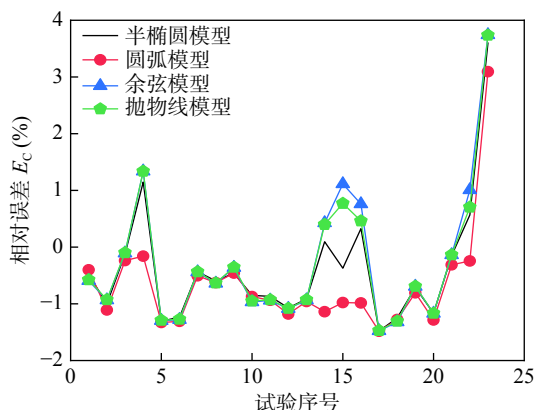


图 3 预测面积与计算面积的相对误差

Fig. 3 Relative error of predicted and calculated area

以第 17 组试验为例,利用自适应拟合程序处理得到的结果,如图 4 所示.可以看出所有模型的  $R^2$  都大于 0.98,通过对比上述四种模型函数所产生的 SSE 值,可知该组焊接参数下半椭圆模型函数具有更高的精度.

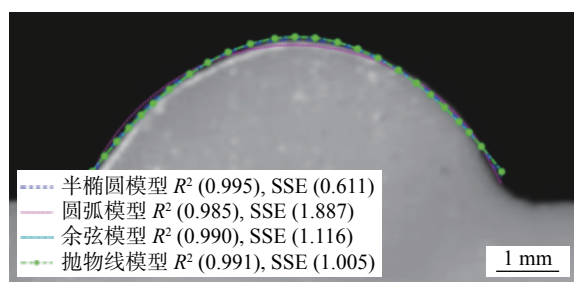


图 4 自适应拟合程序对第 17 组分析结果

Fig. 4 Result of adaptive fitting program for group 17

### 3.3 最佳模型函数

送丝速度与焊接速度之比 ( $R_{sw}$ ) 和各模型产生的 SSE 之间的关系如图 5 所示.结果表明:在确保焊道成形完整且具有较好表面形貌的情况下,焊道横截面轮廓具有半椭圆和余弦模型函数两种状态.通过对 23 组试验所得焊道截面的拟合分析,得到了最佳模型函数在焊接参数上的分布情况,如图 6 所示.当  $R_{sw}$  在 8.33 ~ 13.5 之间时,即图 6 中区域 II,余弦模型函数的 SSE 值低于其它模型函数;当

$R_{sw}$  在 13.5 ~ 33.33 之间时,即区域 III,半椭圆模型函数对于焊道轮廓的表示更准确.由送丝速度和焊接电流的一元化关联可知,区域 III 的焊接参数比区域 II 的焊接参数具有更高的热输入.从熔池流动力学的角度来说,热输入量越高,熔体体积越大,熔池表面越能在表面张力的作用下趋于弧形.

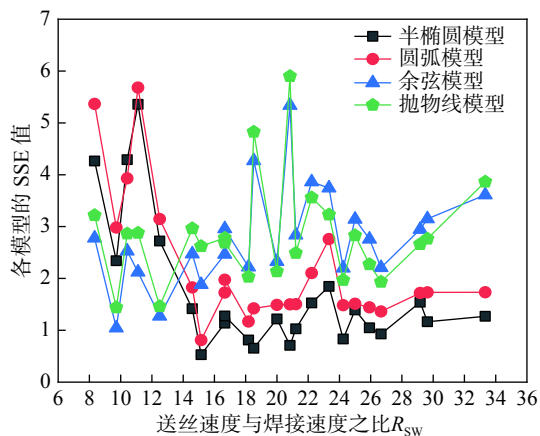


图 5 各模型的 SSE 值和  $R_{sw}$  之间的关系

Fig. 5 Relationship between each models SSE and  $R_{sw}$

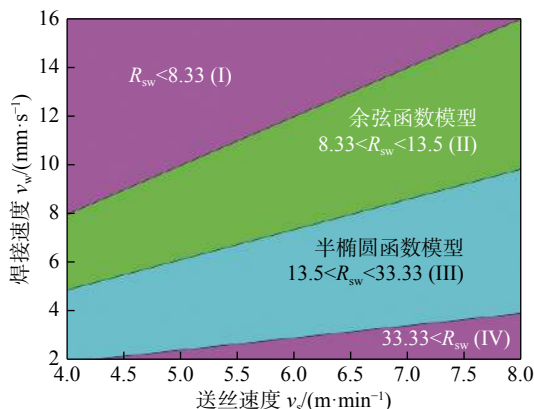


图 6 堆积可行域中的最佳模型函数

Fig. 6 Best model functions in deposition feasible regions

图 6 中的区域 I ( $R_{sw} < 8.33$ ) 和区域 IV ( $R_{sw} > 33.33$ ) 是多层堆积的非可行区域.当采用这两个区域内的焊接参数进行堆积时,不能保证每层都获得平整和完整的表面,因此无法成功进行薄壁件的多层堆积成形.区域 I 对应着  $R_{sw}$  小于 8.33,焊道呈现三种情况:或是连续焊道但过于细窄,或是连续焊道但存在少量驼峰;或是不连续焊道.这些不良焊道的形成与过快的焊接速度密切相关.焊接速度快,焊接热输入小,金属熔体供给量少,导致熔体快速凝固截断熔池形成不连续焊道.区域 IV 对应  $R_{sw}$  大于 33.33 时的情况,由于过高的焊接热输入,熔池不仅大和宽,而且不稳定性增强,表现为焊道



沿长度方向上截面形状变化较大. 更重要的是, 当堆积至高层数时, 容易产生由重力导致的流淌坍塌现象. 因此, 在基于 MIG 的电弧增材制造中, 多层单道堆积焊接参数的可行域就是区域Ⅱ和区域Ⅲ,  $R_{sw}$  介于 8.33 ~ 33.33 的范围.

4 多层单道焊道建模

4.1 焊道截面轮廓

在多层单道堆积过程中, 由于散热条件和支撑条件的不同, 各层的熔池形状和焊道几何形貌会发生变化. 图 7 为多层单道薄壁件堆积的截面轮廓模型. A 和 C 点处的切线方位角为  $90^\circ$ , 曲线 AC 就是薄壁件在这一层的轮廓. 采用自适应拟合程序对多层单道焊道最上层焊道轮廓提取以及分析, 并且对焊道的总熔高  $H$  进行测量.

4.2 自适应程序运行结果

根据 3.3 节所建立的堆积成形可行域, 从区域Ⅱ和Ⅲ中分别选取一组焊接参数, 进行 7 层堆积,

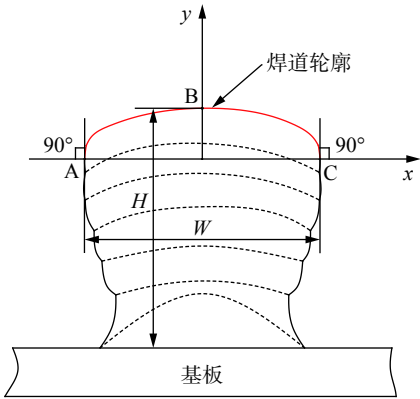


图 7 多层单道焊道截面轮廓  
Fig. 7 Cross-section of multi-layer single-pass

每层冷却至室温后再次堆积. 为避免在起熄弧处产生较大的高度差, 采用往复堆积方式进行多层单道堆积. 两组焊接参数下堆积可获得共 14 组试验数据, 分别经过自适应拟合程序运行. 由于多层堆积中存在重熔现象, 各层面积的不容易准确获得, 所以只对总熔高  $H$ 、各层位上的熔宽  $W$ 、各模型产生的  $R^2$  以及 SSE 值进行统计, 结果如表 3 所示.

表 3 自适应拟合程序运行结果  
Table 3 Results of adaptive fitting program

试验 序号	焊接速度 $v_w/(\text{mm}\cdot\text{s}^{-1})$	送丝速度 $v_s/(\text{m}\cdot\text{min}^{-1})$	层熔宽 $W/\text{mm}$	总熔高 $H/\text{mm}$	半椭圆模型		圆弧模型		余弦模型		抛物线模型	
					$R^2$	SSE	$R^2$	SSE	$R^2$	SSE	$R^2$	SSE
1	9	5.5	7.086	2.276	0.945	7.274	0.950	10.622	0.993	1.911	0.980	2.661
2	9	5.5	7.452	4.022	0.995	2.470	0.949	10.141	0.989	4.903	0.990	4.589
3	9	5.5	7.399	5.465	0.995	2.365	0.984	8.568	0.953	14.589	0.957	12.309
4	9	5.5	7.424	7.024	0.994	2.932	0.991	4.282	0.964	10.297	0.955	10.718
5	9	5.5	7.355	8.350	0.990	3.220	0.986	4.724	0.956	14.878	0.960	13.486
6	9	5.5	7.890	9.668	0.992	2.330	0.991	3.377	0.956	12.179	0.963	10.288
7	9	5.5	8.145	11.247	0.998	1.853	0.993	2.467	0.946	18.869	0.949	17.827
8	4	5	9.629	3.113	0.998	0.756	0.996	2.736	0.986	6.331	0.989	4.823
9	4	5	9.890	5.572	0.998	1.671	0.998	3.871	0.942	16.878	0.953	12.623
10	4	5	10.537	7.515	0.998	1.872	0.994	6.467	0.979	12.551	0.986	10.529
11	4	5	10.663	9.344	0.995	1.736	0.978	7.523	0.941	17.007	0.957	14.785
12	4	5	10.968	11.287	0.992	6.102	0.992	9.232	0.953	17.922	0.964	13.610
13	4	5	11.197	13.129	0.994	4.738	0.970	12.516	0.955	18.686	0.963	17.063
14	4	5	11.720	15.044	0.997	1.426	0.989	6.542	0.946	20.657	0.960	18.791

如表 3 所示, 所有模型产生的  $R^2$  值基本上在 0.99 左右波动, 最小值不低于 0.94, 可知四个模型函数对不同层数上焊道的轮廓拟合都具有较高的精度.

4.3 不同层数上最佳模型函数

两组焊接参数下各模型所产生的 SSE 值与层数之间的关系如图 8 所示. 横轴表示层数, 纵轴表

示各模型拟合后所产生的 SSE 值. 结果表明, 第一层上焊道截面轮廓符合在第 3.3 节最佳模型函数的预测, 而半椭圆模型函数对第 2 层及以上层数的焊道轮廓拟合精度最高. 随着层数的增加, 焊道拟合最佳模型函数都变为半椭圆模型, 这是因为随着总熔高的增加, 散热条件、支撑条件和热积累不断恶化, 熔池金属液体在重力作用下向两侧流淌, 导致层高减小和熔宽增大, 形状轮廓更趋近椭圆. 当堆积层数增至 3 层及以上时, 熔池形状和焊道最上层轮廓的变化趋缓, 达到一个准稳态<sup>[11]</sup>.

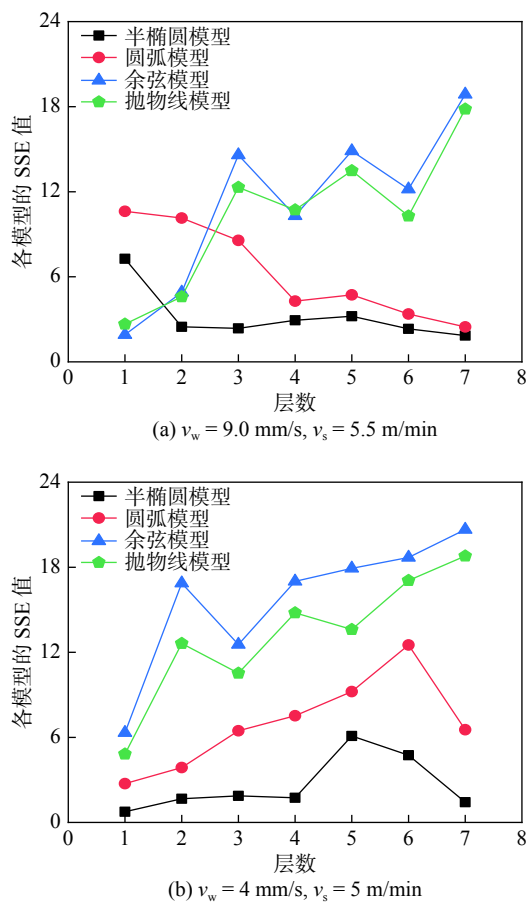


图8 层数与各模型 SSE 值的关系

Fig. 8 Relationship between the number of layers and the SSE value of each model. (a)  $v_w = 9 \text{ mm/s}$ ,  $v_s = 5.5 \text{ m/min}$ ; (b)  $v_w = 4 \text{ mm/s}$ ,  $v_s = 5 \text{ m/min}$

## 5 结论

(1) 基于图像处理和多个数学模型函数的自适应拟合程序对电弧增材制造的焊道截面轮廓具有良好的拟合精度. 无论是单层单道或者是多层单道情况, 所有模型拟合参数的  $R^2$  都大于 0.94, 并且对于单层单道焊道截面预测面积与实际面积的相对

误差在  $\pm 4\%$  以内.

(2) 对于单层单道焊道截面, 当送丝速度与焊接速度之比  $R_{sw}$  在 8.33 ~ 13.5 之间时, 余弦函数是焊道拟合的最佳模型函数; 当  $R_{sw}$  在 13.5 ~ 33.33 之间时, 半椭圆模型是焊道拟合的最佳模型函数. 多层堆积的可行域就是  $R_{sw}$  介于 8.33 ~ 33.33 之间.

(3) 在多层单道堆积过程中, 焊道最上层轮廓拟合的最佳模型函数为半椭圆函数. 无论第一层焊道轮廓模型是半椭圆模型还是余弦模型, 第 2 层及以上层数的焊道轮廓都最适合用半椭圆模型表示.

## 参考文献

- [1] 韩文涛, 林健, 雷永平, 等. 不同层间停留时间下电弧增材制造 2Cr13 薄壁件热力学行为 [J]. 焊接学报, 2019, 40(12): 47 - 52.  
Han Wentao, Lin Jian, Lei Yongping, *et al.* Thermodynamic behavior of 2Cr13 thin-walled parts manufactured by arc additive under different residence time[J]. Transactions of the China Welding Institution, 2019, 40(12): 47 - 52.
- [2] Hu Z, Qin X, Li Y, *et al.* Welding parameters prediction for arbitrary layer height in robotic wire and arc additive manufacturing[J]. Journal of Mechanical Science and Technology, 2020, 34(4): 1683 - 1695.
- [3] Ding D, Shen C, Pan Z, *et al.* Towards an automated robotic arc-welding-based additive manufacturing system from CAD to finished part[J]. Computer-aided Design, 2016(73): 66 - 75.
- [4] Cao Y, Zhu S, Liang X, *et al.* Overlapping model of beads and curve fitting of bead section for rapid manufacturing by robotic MAG welding process[J]. Robotics & Computer Integrated Manufacturing, 2011, 27(3): 641 - 645.
- [5] Suryakumar S, Karunakaran K P, Bernard A, *et al.* Weld bead modeling and process optimization in hybrid layered manufacturing[J]. Computer-Aided Design, 2011, 43(4): 331 - 344.
- [6] Xiong J, Zhang G, Gao H, *et al.* Modeling of bead section profile and overlapping beads with experimental validation for robotic GMAW-based rapid manufacturing[J]. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 2013, 29(2): 417 - 423.
- [7] Ding D, Pan Z, Cuiuri D, *et al.* A multi-bead overlapping model for robotic wire and arc additive manufacturing (WAAM)[J]. Robotics & Computer Integrated Manufacturing, 2015, 31(C): 101 - 110.
- [8] 闫恒宇, 刘文洁, 李新宇, 等. 电弧增材制造焊缝建模及尺寸规律研究 [J]. 热加工工艺, 2018, 47(5): 177 - 181.  
Yan Huanyu, Liu Wenjie, Li Xinyu, *et al.* Study on weld modeling and dimension rules of wire and arc additive manufacturing[J]. Hot Working Technology, 2018, 47(5): 177 - 181.